

# UFPA

**PPGEC**

## Universidade Federal do Pará

---



**LUCIANO CARNEIRO REIS**

**Proposta de método para determinação  
de propriedades mecânicas dos  
concretos com e sem reforço com fibras  
de aço a partir de testemunhos em arco**

**TESE DE DOUTORADO**

Instituto de Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Tese orientada pelo Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém – Pará – Brasil

2024

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil



**Luciano Carneiro Reis**

**Proposta de método para determinação da resistência a tração e tensões residuais dos concretos sem e com reforço com fibras de aço a partir de testemunhos em arco**

**Tese de Doutorado**

Tese de Doutorado apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFPA. Aprovada pela Comissão Examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Orientador

Belém, 10 de Setembro de 2024

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

- 
- R375p    Reis, Luciano Carneiro.  
          Proposta de método para determinação de propriedades  
          mecânicas dos concretos com e sem reforço com fibras de aço a  
          partir de testemunhos em arco / Luciano Carneiro Reis. — 2024.  
          142 f. : il. color.
- Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
          Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de  
          Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil,  
          Belém, 2024.
1. Concreto Reforçado com Fibras de Aço. 2. Ensaio  
          Tecnológico. 3. Testemunhos em Arco. 4. Tensões Residuais.  
          5. Obras Existentes. I. Título.

CDD 624



## PROPOSTA DE MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS CONCRETOS COM E SEM REFORÇO COM FIBRAS DE AÇO A PARTIR DE TESTEMUNHOS EM ARCO

AUTOR:

**LUCIANO CARNEIRO REIS**

TESE SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 12 / 04 / 2024.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Orientador (UFPA)

Prof. Dr. Mateus Antônio Nogueira Oliveira  
Membro Externo (UFMG)

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto  
Membro Externo (UFPA)

Prof. Dr. Alcebíades Negrão Macêdo  
Membro Interno (UFPA)

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

Dedico este trabalho aos meus pais, Sr. Reis e Dona Raimunda pela vida que me foi propiciada, ao meu irmão por suportar minha ausência compreendendo-a, a minha esposa pela paz no fim do percurso e ao Prof. Alúcio Alves “Muchacho” (*in memorian*) por ter transmitido a este pupilo a paixão pelo saber.

*“É preferível obter uma resposta aproximada razoável, mas rápida, que indique se o projeto funciona ou não, do que gastar mais tempo obtendo o mesmo resultado com casas decimais”*

(Robert L. Norton)

## Agradecimentos

Ao meu orientador, o professor Dr. Dênio Ramam, pelos ensinamentos, confiança no tema, discussões técnicas construtivas e instruções das mais diversas que tive. Foi um diferencial. Obrigado pela oportunidade e paciência. Sou muito grato!

Aos amigos Wellington Sousa, Amaury Aguiar e Maurílio Pimentel e Cristina pelo tempo compartilhado, apoio nas horas mais difíceis e por terem sido meu suporte pessoal em todas as condições sempre a postos para ouvir, aconselhar e corrigir.

Aos professores do PPGEC, Marcelo Picanço, Bernardo Pompeu, Bernardo Nunes, Alcebíades Negrão e Adelson Medeiros por terem sido docentes de excelência em seus ensinamentos, aulas e discussões na pesquisa e processo de aprendizado.

Aos amigos Ricardo Aguado, Yuri Frazão, Widimilla Martins, Guilherme Teles e Victor Gaspar cujo suporte profissional possibilitou meu acesso blindado ao doutorado, sem preocupações outras. Obrigado pela confiança!

Aos amigos César, José Caetano, Caio César, Thiago Araújo, Matusalém Carmo, Samara Marques, Leonardo Calheiros, Lana e tantos outros por compartilharem a vida, experiências, suporte, apoio e tempo.

## RESUMO

**REIS, L. C. Proposta de método para determinação da resistência a tração e tensões residuais dos concretos sem e com reforço com fibras de aço a partir de testemunhos em arco.** Tese de Doutorado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil. 2024.

Em 2021, foram aprovadas novas normas no Brasil para regulamentar o uso de fibras de aço em concretos estruturais. Diversas normas internacionais já existiam à época, mas os ensaios tecnológicos para concretos reforçados com fibras de aço (CRFA) dificultavam sua aplicação em obras existentes, especialmente para a extração de testemunhos para avaliação das propriedades mecânicas dos concretos, essencial para conferências ou reforços estruturais. Ensaio atuais utilizam corpos de prova cúbicos, paralelepípedicos, lajes circulares e cilíndricos, com os dois primeiros demandando mais energia, maquinário complexo e riscos operacionais. Este estudo propõe um corpo de prova em arco, extraído com o mesmo maquinário dos corpos cilíndricos, avaliando suas propriedades via ensaio de flexão em três pontos, conforme NBR 16938, EN 14651 e RILEM TC 162-TDF. Os resultados dividem-se em duas etapas: a primeira, sem fibra, avalia o comportamento e parâmetros de ensaio; a segunda, com fibra, varia a resistência à compressão e teor de fibra, propondo um equacionamento para previsão das tensões residuais baseado em um banco de dados de 81 arcos e validado com um segundo banco de dados de 127 prismas entalhados, mostrando-se mais preciso que outros três modelos teóricos.

Palavras-chave: CRFA; Ensaio Tecnológico; Testemunhos em Arco; Tensões Residuais; Obras Existentes.



## **ABSTRACT**

**REIS, L. C. A method proposed to determine the tensile strength and residual stresses of concrete with and without steel fiber reinforcement from arc-shaped core specimens.** PhD Thesis, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil. 2024.

In 2021, new standards were approved in Brazil to regulate the use of steel fibers in structural concrete. Various international standards already existed at that time, but the technological tests for steel fiber reinforced concrete (SFRC) hindered their application in existing structures, particularly for core extraction to evaluate the mechanical properties of the concrete, which is essential for inspections or structural reinforcements. Current tests use cubic, prismatic, circular slab, and cylindrical specimens, with the first two requiring more energy, complex machinery, and posing higher operational risks. This study proposes an arc-shaped specimen, extracted with the same machinery used for cylindrical specimens, and evaluates its properties through three-point bending tests, in accordance with NBR 16938, EN 14651, and RILEM TC 162-TDF. The results are divided into two stages: the first, without fibers, assesses the behavior and testing parameters; the second, with fibers, varies the compressive strength and fiber content, proposing an equation to predict residual stresses based on a database of 81 arcs and validated with a second database of 127 notched prisms, proving to be more accurate than three other theoretical models.

**Keywords:** SFRC; Technological Testing; Arc-shaped Core Specimens; Residual Stresses; Existing Structures.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>XII</b>
-------------------------	------------

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>XIV</b>
-------------------------	------------

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>18</b>
<b>1.1. JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>20</b>
<b>1.2. OBJETIVOS.....</b>	<b>25</b>
1.2.1. Objetivos gerais.....	25
1.2.2. Objetivos específicos.....	25
<b>1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO .....</b>	<b>25</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>27</b>
<b>2.1. ENSAIOS EM CONCRETOS CONVENCIONAIS .....</b>	<b>27</b>
2.1.1. Tração.....	27
2.1.2. Tração Direta.....	28
2.1.3. Compressão Diametral .....	29
2.1.4. Tração Na Flexão (3 Pontos).....	32
2.1.5. Tração Na Flexão (4 Pontos).....	32
2.1.6. Módulo De Elasticidade .....	34
<b>2.2. ENSAIOS EM CRFA.....</b>	<b>37</b>
2.2.1. Tensões Residuais .....	43
2.2.2. O Ensaio de tração direta.....	45
2.2.3. Ensaio de tração na flexão em 3 pontos – Prisma Entalhado .....	45
2.2.4. Ensaio de tração na flexão em 4 pontos – Prismáticos entalhados e não entalhados....	47
2.2.1. Ensaio de Compressão Diametral.....	48
2.2.2. Modelos de Predição .....	49
<b>2.3. ENSAIOS EM FORMA DE ARCOS .....</b>	<b>55</b>
2.3.1. ARCO DE BRUNE <i>et al.</i> (2013) .....	55
2.3.2. ARC-SHAPED SPECIMEN – ASTM E-339 (ASTM, 1990) .....	57

2.3.3.	SEMI-CIRCULAR BEND SPECIMEN - CHONG & KURUPPU (1984).....	59
<b>3.</b>	<b>ENSAIO PROPOSTO.....</b>	<b>62</b>
3.1.	O CORPO DE PROVA PROPOSTO.....	63
3.2.	DADOS OBTIDOS DIRETAMENTE.....	66
3.3.	DADOS OBTIDOS INDIRETAMENTE .....	67
3.3.1.	Resistência à Tração ( $f_{ct}$ ) .....	67
3.3.1.	Módulo de Elasticidade ( $E$ ) .....	67
3.3.2.	Tensões Residuais .....	70
3.4.	VARIÁVEIS INFLUENTES NO ENSAIO.....	75
3.4.1.	Velocidade De Ensaio Proposta para concretos sem fibra .....	75
<b>4.</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>77</b>
4.1.	ESPAÇO AMOSTRAL .....	77
4.2.	DOSAGEM.....	79
<b>5.</b>	<b>PROGRAMA COMPUTACIONAL .....</b>	<b>81</b>
5.1.	ABAQUS/CAE .....	81
5.2.	TIPO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	81
5.3.	MODELOS CONSTRUTIVOS PARA OS MATERIAIS .....	82
5.3.1.	Propriedades Elásticas .....	82
5.3.2.	Modelo Plástico do Concreto – <i>Concrete Damage Plasticity</i> (CDP) .....	82
5.3.3.	Modelo de dano do concreto .....	83
5.4.	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS .....	90
5.5.	MALHA .....	91
5.6.	PROPRIEDADES DE CONTATO.....	95
<b>6.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>97</b>
6.1.	RESULTADOS COMPUTACIONAIS .....	97
6.2.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	103

6.2.1.	Concreto Convencional .....	103
6.2.2.	Concreto Reforçado com Fibras de Aço.....	111
6.2.3.	Modelo Proposto .....	118
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>124</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Equacionamento normativo para a previsão da resistência média à tração com base na resistência à compressão prescrita. ....	28
Tabela 2.2 – Correlações normativas entre Resistência à Compressão e Módulo de Elasticidade para concretos de até 50 MPa de resistência à compressão .....	37
Tabela 2.3 – Resumo das características dos espécimes que formavam os bancos de dados de cada autor.....	50
Tabela 2.4 – Modelos de previsão para tensões residuais para CRFA.....	50
Tabela 2.5 – Banco de dados .....	51
Tabela 3.1 – Dimensões para os corpos de prova propostos .....	65
Tabela 3.2 – Comparação de $\delta$ em relação ao CMOD proposto pelos códigos normativos e por Barr <i>et al.</i> (2003) .....	73
Tabela 3.3 – Comparação de $\delta$ em relação ao CMOD proposto pelos códigos normativos e por Martin <i>et al.</i> (2015) .....	74
Tabela 3.4 – Velocidade de alguns ensaios padronizados para concreto sem fibra .....	75
Tabela 4.1 – Tabela resumo de ensaios e quantidades de corpos de prova.....	79
Tabela 4.2 – Tabela resumo de materiais para concretos convencionais .....	80
Tabela 4.3 – Tabela resumo de materiais para CRFA.....	80
Tabela 5.5.1 - Dados de entrada para o CDP.....	91
Tabela 6.1 – Valores de resistência à tração para os arcos dos concretos S1.....	104
Tabela 6.2 – Análise estatística dos dados de resistência dos concretos S1.....	104
Tabela 6.3 – Valores de resistência à tração para os arcos dos concretos S2.....	106
Tabela 6.4 – Análise estatística dos dados de resistência dos concretos S2.....	107
Tabela 6.5 – Valores de resistência à tração para os arcos dos concretos da S3	108
Tabela 6.6 – Análise estatística dos dados de resistência dos concretos S3.....	109
Tabela 6.7 – Análise estatística dos dados de resistência dos concretos S3.....	110
Tabela 6.8 – Resumo dos valores de tensões residuais para os arcos em CRFA	112
Tabela 6.9 – DPC para os resultados do banco de dados de referência .....	119
Tabela 6.10 – DPC para os resultados dos arcos Dd3 experimentais .....	119

Tabela 6.11 – Limites de aplicação das Equações Propostas .....	121
Tabela 6.12 – DPC do modelo proposto para arcos e prismas entalhados do banco de dados .....	121

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Maquinário para corte de concreto (a) e extensão em planta da área de trabalho necessária para extração da peça (b).....	21
Figura 2.2 – <i>Setup</i> para ensaio de tração direta em CRFA (a) e a geometria do corpo de prova normatizado (b).....	23
Figura 2.3 – Sequência executiva para a instalação do corpo de prova para ensaio de tração normatizado pela RILEM TC 162-TDF (2002). ....	24
Figura 2.1 – Diagramas de tensão na base da fixação do espécime .....	29
Figura 2.2 – Esquema de ensaio para Compressão Diametral .....	31
Figura 2.3 – Relação entre o equacionamento de correlação da tração por compressão diametral e tração direta.....	31
Figura 2.4 – Esquema de ensaio de tração na flexão por 3 pontos padronizado pela ASTM C-293 (ASTM, 2016) .....	32
Figura 2.5 – Esquema de ensaio para tração na flexão (4 pontos) .....	33
Figura 2.6 – Relação entre o equacionamento de correlação da tração na flexão e tração direta .....	34
Figura 2.7 – Influência da Velocidade na Aplicação de Carga. ....	36
Figura 2.8 – Tipos de fibra .....	39
Figura 2.9 – Comportamento das tensões no Concreto Reforçado com Fibras de Aço. ....	40
Figura 2.10 – Carga de arrancamento x angulação da fibra .....	41
Figura 2.11 – Modos de ruptura para fibra e matriz cimentícia .....	41
Figura 2.12 – Fissuração da matriz para arrancamento de fibras <i>Hooked-end</i> .....	42
Figura 2.13 – Escorregamento padrão de fibras <i>hooked-end</i> .....	42
Figura 2.14 – Alguns ensaios existentes para CRFA .....	43
Figura 2.15 – Comportamento das tensões no Concreto Reforçado com Fibras de Aço. ....	44
Figura 2.16 – Geometria e esquema de ensaio conforme RILEM TC 162-TDF (dimensões em milímetros) .....	46
Figura 2.17 – Comportamento do Concreto Reforçado com Fibras de Aço pós-fissuração segundo RILEM TC 162-TDF (2002). ....	46
Figura 2.18 – Gráficos de equivalência de deslocamento vertical e CMOD .....	47

Figura 2.19 – Ensaaios entalhados e não entalhados.....	48
Figura 2.20 – métodos testados tradicionalmente (a) e ensaio alterado recomendado por Danneman (2011).....	49
Figura 2.21 – Comparação das tensões residuais do banco de dados com seu fator $C_f \cdot l_f/d_f$ .....	52
Figura 2.22 – Comparação das equações teóricas de previsão das tensões residuais por Moraes Neto <i>et al.</i> (2013) x tensões residuais experimentais do banco de dados.....	53
Figura 2.23 – Comparação das equações teóricas de previsão das tensões residuais por Carillo <i>et al.</i> (2020) x tensões residuais experimentais do banco de dados ....	54
Figura 2.24 – Comparação das equações teóricas de previsão das tensões residuais por Venkateshwaran <i>et al.</i> (2017) x tensões residuais experimentais do banco de dados.....	55
Figura 2.25 – Forma de arco utilizada por Brune <i>et al.</i> (2013). ....	56
Figura 2.26 – Instrumentação aplicada aos corpos-de-prova de BRUNE <i>et al.</i> (2013) .....	57
Figura 2.27 – Geometria do corpo de prova denominado <i>Arc-shaped specimen</i> pela ASTM E-339.....	58
Figura 2.28 – Geometria do corpo de prova proposto por Chong & Kuruppu (1984) .....	60
Figura 2.29 – Geometria do corpo de prova definitivo proposto ao fim das atualizações dos estudos de Chong & Kuruppu (1984) a Lim <i>et al.</i> (1993) .....	61
Figura 3.1 – Extração do testemunho cilíndrico com uso de broca oca .....	64
Figura 3.2 – Método de ensaio e corpo de prova em arco acoplado na prensa .....	65
Figura 3.3 – Esquema dimensional do arco proposto.....	66
Figura 3.4 – Apresentação de variáveis para a teoria de vigas.....	68
Figura 3.5 – Apresentação de variáveis adaptadas aos arcos isostáticos.....	69
Figura 3.6 – Relações geométricas teóricas do prisma entalhado fissurado segundo Barr <i>et al.</i> (2003) .....	71
Figura 3.7 – Geometria do prisma entalhado fissurado após os primeiros passos de carga segundo Barr <i>et al.</i> (2003) .....	72
Figura 3.8 – Relações geométricas teóricas do prisma entalhado fissurado segundo Barr <i>et al.</i> (2003) .....	74
Figura 4.1 – Padrão de fissuração <i>Softening</i> e <i>Hardening</i> .....	78



Figura 5.1 – Figura definindo o elemento <i>C3D8</i> .....	81
Figura 5.2 – Processo de mudança do módulo de elasticidade em ensaio cíclico. ....	85
Figura 5.3 – Diagrama tensão-deformação para peças sem efeito de dano.....	86
Figura 5.4 – Modelo de estudo do acréscimo de comprimento das peças devido a abertura dos defeitos (modelo sob tração). ....	87
Figura 5.5 – Diagrama tensão-deformação para sólidos danificados.....	87
Figura 5.6 – Diagrama tensão-deformação do concreto tracionado.....	88
Figura 5.7 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado.....	89
Figura 5.8 – Efeito da mudança dos valores de $b_c$ para o concreto comprimido..	90
Figura 5.9 – Efeito da mudança dos valores de $b_t$ para o concreto tracionado. ...	90
Figura 5.10 – Diagramas tensão-deformação publicados por Chaudhari & Chakrabarti (2012) para o bloco estudado. À esquerda, os diagramas para o <i>Smeread Crack Model</i> e à direita, para <i>Concrete Damage Plasticity</i> . ....	93
Figura 5.11 – Bloco estudado por Chaudhari & Chakrabarti (2012). ....	94
Figura 5.12 – Corpos de prova em arco modelados em 3D: Dd2 (a), Dd3 (b) e Dd3 (c).....	94
Figura 5.13 –Corpo de prova Dd2 com elementos de malha distribuídos .....	94
Figura 5.14 –Corpo de prova Dd3 com elementos de malha distribuídos .....	95
Figura 5.15 – Corpo de prova Dd4 com elementos de malha distribuídos .....	95
Figura 6.1 – Espectro de tensões para arco com (a) e sem chapa de aço (b) com espectro de tensões igualado através do <i>time history</i> . ....	97
Figura 6.2 – Gráfico carga x deslocamento para os corpos de prova modelados..	98
Figura 6.3 – Gráfico Carga x Deslocamento para Dd2 experimental e computacional.....	99
Figura 6.4 – Curva tensão-deslocamento para o arco Dd4.....	100
Figura 6.5 – Tensões principais para arco e vigas. (tensões controladas pelo dispositivo <i>time history</i> do <i>software</i> para coincidir espectros de cores a 2,1 MPa de tensão).....	101
Figura 6.6 – Curvas comparativas entre arcos de diferentes velocidades .....	102
Figura 6.7 – Curvas comparativas entre arcos de diferentes resistências (curvas médias dos espécimes).....	103

Figura 6.8 – Curva de definição do modelo de correção .....	109
Figura 6.9 – Comparação dos resultados de $f_{ct,teo}/f_{ct,stt}$ em relação a $f_{ct,stt}$ .....	110
Figura 6.10 – Curvas tensão- deslocamento vertical comparativas entre arcos de mesma resistência e com variação do consumo de fibra .....	112
Figura 6.11 – Tensões residuais experimentais x fator $Cf \cdot lf/df$ comparando com a nuvem envoltória do banco de dados.....	113
Figura 6.12 – Tensões residuais experimentais x teóricas obtidas com as equações de predição propostas por Moraes Neto <i>et al.</i> (2013).....	114
Figura 6.13 – Tensões residuais experimentais x teóricas obtidas com as equações de predição propostas por Carillo <i>et al.</i> (2020) .....	115
Figura 6.14 – Tensões residuais experimentais x teóricas obtidas com as equações de predição propostas por Venkateshwaran <i>et al.</i> (2017).....	116
Figura 6.15 – Arcos fissurados .....	117
Figura 6.16 – Padrão de fissuração sobreposto dos arcos de CRFA com 0,2% (a), 0,5% (b), 1% (c) e as três taxas sobrepostas (d) .....	117
Figura 6.17 – Dispersão dos resultados de $f_{Ri.exp.}/f_{Ri.teo.} \times f_{Ri.exp}$ para arcos.....	122
Figura 6.18 – Dispersão dos resultados de $f_{Ri.exp.}/f_{Ri.teo.} \times f_{Ri.exp}$ para prismas entalhados .....	123

## INTRODUÇÃO

O controle tecnológico de concretos e argamassas é normatizado desde as etapas de amostragem e testagem até a emissão de resultados e relatórios. Órgãos como ASTM, ABNT, ISO, INMETRO, e outros, existem para padronizar, fiscalizar e atestar a qualidade de materiais e produtos, seguindo padrões aprovados pelo mercado, conferindo fé pública aos processos e atestados.

Diversos métodos de ensaio surgiram para otimizar a testagem de materiais na construção civil, como o *Splitting Tensile Test* ou o Ensaio de Compressão Diametral proposto por Fernando Lobo Carneiro em 1943, como substituto ao método de tração direta especificado por Schuman & Tucker (1943) e alterado por Nianxiang & Wenyan (1989).

Devido à complexidade da aplicação de carga axial de tração direta no concreto, o ensaio de Stuttgart, flexão de 4 pontos, aliado aos conceitos de tensão na flexão, foi utilizado e calibrado a partir de correlações com o ensaio de tração direta para determinar a resistência à tração dos concretos, sem tanto esforço na confecção de corpos de prova. Esse método representa um avanço em relação ao ensaio de flexão em três pontos, eliminando a influência das tensões de cisalhamento nas seções do terço central, onde ocorrem fissuras e concentram-se as maiores tensões de tração.

Raphael (1984) simplificou os testes em corpos de prova para obtenção do módulo de elasticidade à tração na flexão, determinando que este era aproximadamente igual ao mesmo dado sob esforço de tração. Neville (1982), Gopalaratnam & Shah (1985), assim como Gallowaay & Harding (1976), validam essa possibilidade.

Conforme a NBR 7680 (ABNT, 2015), em estruturas já construídas, é necessário um conjunto de equipamentos que possibilitem a extração de dados mecânicos dos concretos em estado endurecido, havendo dúvidas ou desconfiança de sua qualidade, ou para simples averiguação. A extração de testemunhos de concretos demanda esforços significativos, variando conforme o dado desejado. Corpos de prova cilíndricos podem ser retirados com máquinas simples como perfuratrizes de broca oca diamantada, servindo para ensaios de resistência à compressão, tração por compressão diametral e módulo de elasticidade. No entanto, corpos de prova prismáticos demandam maquinário de corte, como jato de alta pressão ou corte a

disco, causando danos além do necessário e possibilitando imprecisão geométrica e tratamento pós-extração do espécime.

No ano de 2021, foram publicadas as normas nacionais referentes aos concretos reforçados com fibras de aço (CRFA), a NBR 16935 (ABNT, 2021) e NBR 16938 (ABNT, 2021), que expressam os procedimentos para dimensionamento de peças estruturais em concreto armado com barras de aço e reforçado com fibras de aço. A existência dessas normas autoriza formalmente a comercialização de obras que apliquem essa tecnologia em seu sistema estrutural, devido às implicações legais do artigo 39º do Código de Defesa do Consumidor (BRASIL, 1990).

No entanto, a NBR 16940 (ABNT, 2021) normatiza o método de testagem dos concretos reforçados com fibras de aço para fins de projeto ou para controle tecnológico, quando a moldagem de prismas é simples. A metodologia normatizada nacionalmente para a testagem desses concretos (CRFA) possível de ser realizada em situações de extração de testemunho atualmente, que não seja a extração de um prisma paralelepípedo, é o Ensaio Barcelona. Compreende-se a necessidade de controle tecnológico em todas as situações para obras; no entanto, problemas de concretagem e variações entre os elementos destinados ao controle tecnológico e as próprias estruturas existem, sendo possível que ocorram.

Este trabalho propõe um novo ensaio tecnológico para corpos de prova de concreto, ampliando as possibilidades para laboratórios, universidades, obras e empresas de testagem e produção de concretos e argamassas. O corpo de prova proposto, de volume menor do que os prismas de ensaios de 3 e 4 pontos, é direcionado à aplicação em estruturas existentes. A geometria da amostra proposta é obtida com a combinação de perfuratrizes de broca oca diamantada, permitindo determinar de forma direta a resistência à tração, módulo de elasticidade e energia de resiliência, e, de forma indireta, as tensões residuais, a energia de fratura e resistência à compressão, dependendo do alcance definido pelo escopo do ensaio. Simultaneamente, o corpo de prova proposto será testado com CRFA para validar sua aplicação para essa tecnologia.

## 1.1. JUSTIFICATIVA

As estruturas apresentam diversas nuances em sua execução no canteiro de obras. Algumas delas são de ordem controlável, como o fator água-cimento após a adição de água na obra após a saída do caminhão betoneira da central de produção do concreto, há o controle de trabalhabilidade pelo método do tronco de cone (slump-test) e a moldagem de corpos de prova para ensaios de compressão axial, utilizados para verificar o atendimento dos diversos volumes de concreto às especificações do projeto.

Entretanto, outros dados controláveis não recebem a devida atenção dos construtores e tecnologistas em canteiro de obras, tais como a resistência à tração e o módulo de elasticidade, conforme mencionam Carromeu *et al.* (2012), Bauer *et al.* (2017) e Magalhães *et al.* (2013). Essas propriedades têm suas relações determinadas nacionalmente por meio de correlações com a resistência à compressão, conforme orienta a NBR 6118 (ABNT, 2023).

No contexto do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), ao contrário do concreto convencional, é inadmissível a ausência de controle tecnológico da resistência à tração, visto que é a propriedade que justifica sua aplicação. Nas situações de projeto, são aplicáveis as orientações da NBR 16940 (2021) e RILEM TC 162-TDF. No entanto, quando surgem dúvidas sobre os dados de tração desses concretos em estruturas prontas, a ideia de extrair vigas/prismas retangulares de estruturas torna-se estranha. Isso se deve, em primeiro lugar, às dimensões desses elementos, que demandam trabalhos em grandes escalas, ocupando vastas áreas de trabalho e danificam regiões superiores às dimensões do elemento extraído (150 mm x 150 mm x 600 mm). O maquinário necessário para essa extração com precisão e as dimensões de trabalho e do prisma extraído são ilustrados na Figura 2.1.

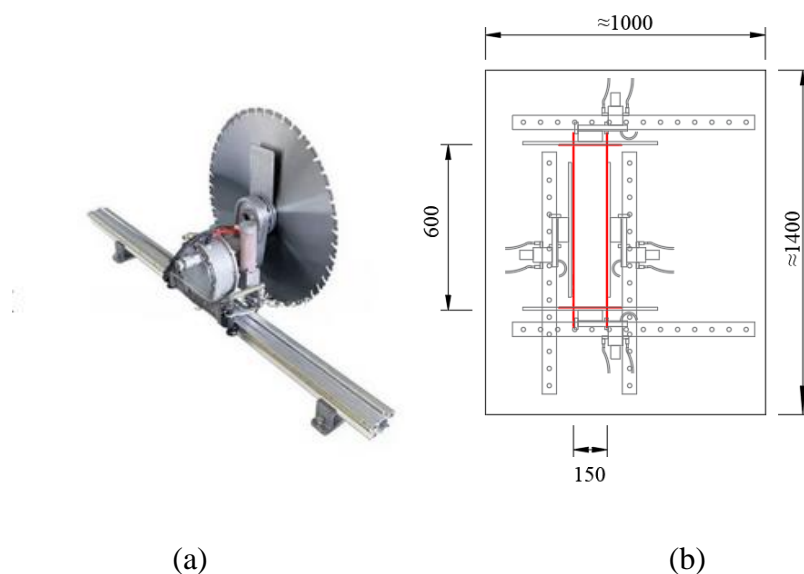


Figura 2.1 – Maquinário para corte de concreto (a) e extensão em planta da área de trabalho necessária para extração da peça (b)

Um dos métodos padronizados nacionalmente para a obtenção das tensões resistentes à tração (tensões residuais) em CRFA é normatizado pela NBR 16939 (ABNT, 2021). Este método, conhecido como Ensaio Barcelona e orientado também pela UNE 83515 (UNE, 2010), assemelha-se a um ensaio de compressão axial, mas com discos de aplicação de carga de dimensões inferiores às do corpo de prova. A norma é explícita quanto ao seu intervalo de validade, limitando-se a corpos de prova cilíndricos moldados com dimensões de 150 mm de diâmetro e altura igual. Não sendo aplicável aos corpos de prova extraídos, essa extrapolação tornaria o método aplicável em estruturas existentes. A carga é aplicada verticalmente, longitudinal à altura do elemento, e os resultados medidos são correlacionados à resposta sob flexão, tornando indiretos os resultados relativos ao comportamento à flexão.

Estudos publicados, como Manzione (2019), Monte (2015), Pujadas *et al.* (2013), Monte *et al.* (2014), Galobardes & Figueiredo (2015) e Galeote *et al.* (2017), demonstram que as correlações não são precisas e os resultados divergem bastante se a tomada de dados for feita por deslocamento vertical ou através de deslocamento diametral por cinta extensométrica.

Kooiman (2000) destaca que os aspectos predominantes para a definição de um modelo aceitável de caracterização para o CRFA incluem a complexidade do método, reprodutibilidade, confiabilidade, dispersão dos resultados, custos demandados para realização, simplicidade no tratamento de dados para a relação com os dados uniaxiais do material, a aplicabilidade e o nível de aceitação.

Para estruturas existentes e aplicação em corpos de prova extraídos, o ensaio de di Prisco *et al.* (2010) exigiria maquinário para confecção de entalhe, além de extração dificultosa de prisma cúbico 150 mm x 150 mm x 150 mm. Tschegg & Linsbauer (1986) demandam extração cúbica, confecção de entalhe, dispositivo e maquinário que possibilite tracionamento para "rasgamento" na região adjacente à fissura. A EFNARC exigiria extração de dimensões que não possibilitariam ensaiar testemunhos de vigas e danificariam significativamente as lajes em sua extração. O ensaio de Barcelona é impreciso, como supracitado, e os ensaios em prisma, como aqueles padronizados pela RILEM TC 162-TDF (2002), EN 14651 (2007), NBN B 15-238 e NBR 16940, necessitariam da extração de prismas também de dimensões danosas às estruturas.

Dessa forma, o ensaio conhecido, normatizado e viável para testemunhos extraídos é o ensaio de tração direta em espécimes cilíndricos. A RILEM TC 162-TDF (2002) padroniza o ensaio de tração direta como um corpo cilíndrico com entalhe circular de contorno na amostra, conforme mostrado na figura 1.2a, ensaiado em experimento com o *Setup* apresentado na Figura 1.2b.

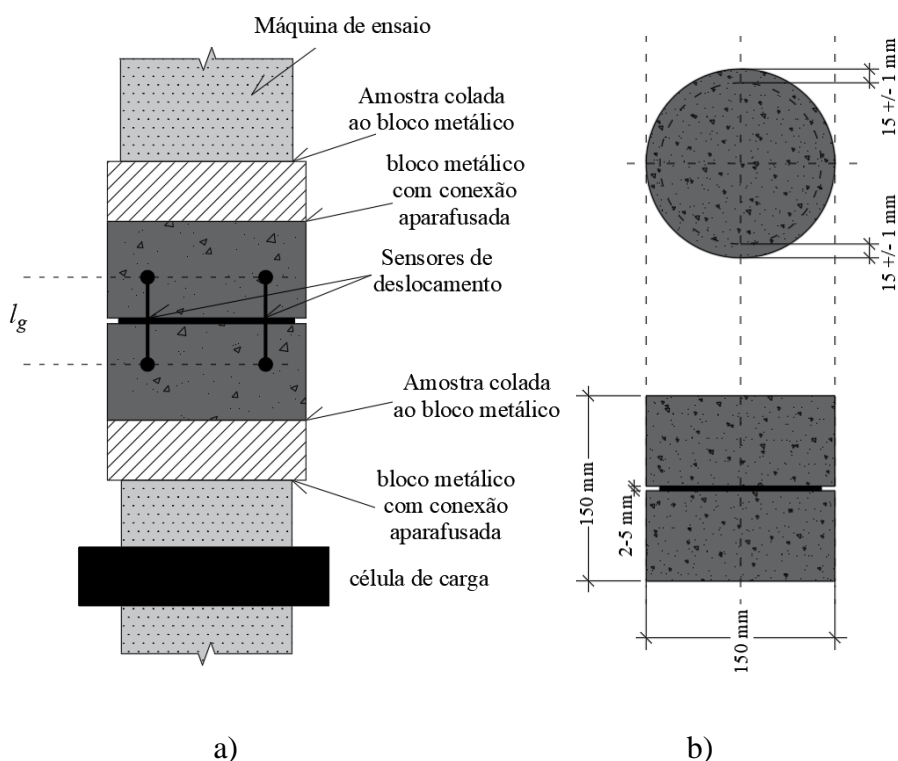


Figura 2.2 – *Setup* para ensaio de tração direta em CRFA (a) e a geometria do corpo de prova normatizado (b)

O método de tração direta, conforme normatizado pela RILEM TC 162-TDF (2002), adota ligações aderidas com cola em blocos metálicos que são fixados ao equipamento aplicador de carga por meio de parafusos. No entanto, a execução de ensaios em uma grande quantidade de corpos de prova implica em prazos e custos significativamente elevados. Isso ocorre porque, para volumes extensos de ensaios, são necessários muitos blocos metálicos com ligação aparafusada para permitir a repetição acelerada. Alternativamente, em casos de se optar pelo uso de menor quantidade de blocos metálicos, obriga-se quantidades reduzidas diárias e é necessário aguardar o tempo de cura dos adesivos, geralmente compostos de epóxi, a cada conjunto de ensaio realizado nos poucos blocos metálicos disponíveis na maioria dos laboratórios nacionais.

Além do custo substancial, seja devido à demanda de numerosos blocos metálicos em laboratórios bem equipados ou pela demora quando o laboratório possui poucos blocos e precisa esperar o tempo de cura dos adesivos epóxi, há ainda o inconveniente de cada corpo de prova exigir a cura do adesivo epóxi com todo o *setup* já fixado no equipamento aplicador de carga, conforme ilustrado na Figura



1.3. O tempo de cura requerido por cada fornecedor varia, mas fabricantes como Orbi Química e Sika indicam um prazo de cura de 18h e 24h, respectivamente, para seus produtos.

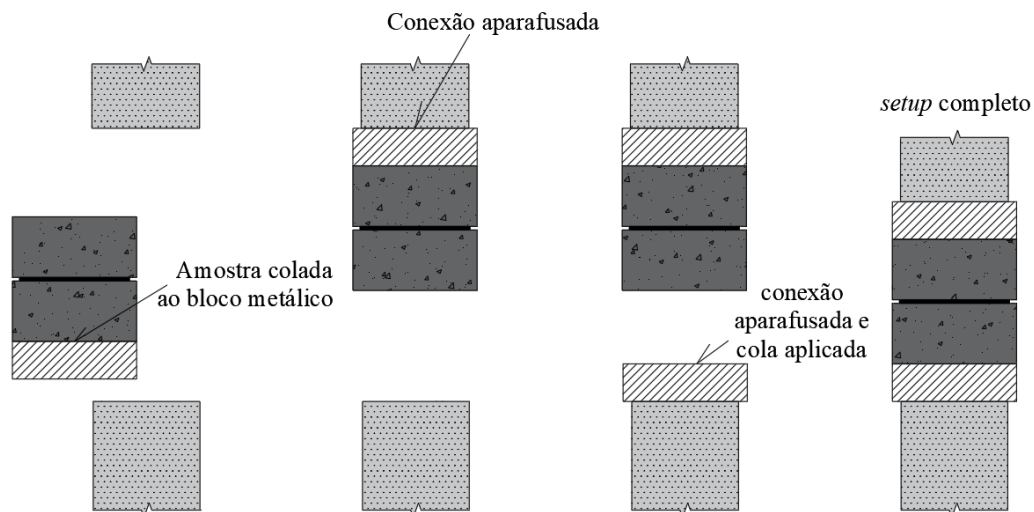


Figura 2.3 – Sequência executiva para a instalação do corpo de prova para ensaio de tração normatizado pela RILEM TC 162-TDF (2002).

Este estudo se destaca ao oferecer uma proposta inovadora, pautada na minimização do impacto sobre a estrutura, na simplificação do procedimento e na agilidade do *setup* de execução. A proposta, que se revela menos lesiva à integridade da estrutura, visa a avaliação do comportamento sob flexão utilizando corpos de prova derivados de espécimes obtidos com a mesma extratora empregada na coleta de testemunhos cilíndricos. Ao contrário do método convencional de tração direta, essa abordagem se alinha com técnicas empregadas em ensaios de prismas entalhados. Esta escolha estratégica visa não apenas aprimorar a eficiência do processo, mas também aprofundar a compreensão do comportamento estrutural sob situação de flexão através da validação dos modelos disponíveis nas bibliografias para predição das tensões residuais do CRFA para arcos e para prismas entalhados.

A utilização de corpos de prova derivados da mesma extratora que normalmente é empregada na obtenção de testemunhos cilíndricos representa uma solução de menor emprego de mão-de-obra para a extração devido às dimensões reduzidas, menor quantidade de mudanças nas posições do equipamento de extração, menor dimensão do equipamento e maior precisão, se comparado a hipótese de extração

de prismas. Essa abordagem não apenas otimiza os recursos disponíveis, mas também confere uma maior consistência às análises, uma vez que os elementos de teste compartilham uma origem comum ao ensaio de compressão axial que é possível de ser executado com partes removidas no processo de extração do arco. Assim, não existem danos de dimensões superiores ao próprio testemunho sendo causados na laje durante o processo proposto.

## 1.2. OBJETIVOS

### 1.2.1. Objetivos gerais

Propor uma forma de corpo de prova para determinação das propriedades mecânicas dos concretos reforçados com fibras de aço em peças extraídas de estruturas existentes.

### 1.2.2. Objetivos específicos

- Comparar as amostras em arcos com espécimes prismáticos retangulares e cilíndricos em relação ao comportamento à tração;
- Propor parâmetro de correção entre a resistência à tração dos ensaios em arco e prismáticos;
- Propor velocidade de ensaio de aplicação de carga de ensaio em arco para determinação da resistência à tração;
- Comparar o ensaio de flexão em três pontos prescrito no RILEM TC 162-TDF (2002) com os resultados dos arcos com CRFA;

## 1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em sete capítulos.

O Capítulo 1 introduz o tema do trabalho, justifica sua importância e contribuição, apresenta os objetivos e a estruturação.

No Capítulo 2, é apresentada a revisão bibliográfica onde constam temas que montam a fundamentação teórica na qual são apoiadas as escolhas que formaram este trabalho no que se refere a ensaios tecnológicos em concretos convencionais, CRFA e ensaios em arcos já publicados ou normatizados.

O Capítulo 3 apresenta o ensaio proposto, seu formato, justificando a decisão da seção e as influências das escolhas das relações dimensionais, os dados possíveis de serem obtidos direta e indiretamente e as variáveis influentes no ensaio.

O Capítulo 4 resume o programa experimental no que tange o espaço amostral, quantidade e tipos de ensaios utilizados e a dosagem dos concretos testados.

O programa computacional é o tema do Capítulo 5, onde são fundamentadas as equações e suas origens. Também é limitado o universo de sua aplicabilidade neste trabalho e apresenta os espécimes modelados.

O Capítulo 6 apresenta e discute os resultados computacionais e experimentais para os concretos com fibras e convencionais comparando os resultados com as previsões orientadas pelos códigos normativos diversos mostrados no Capítulo 2 e pelos modelos de predição dos autores apresentados no Capítulo 3.

O Capítulo 7 apresenta uma conclusão do trabalho.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1. ENSAIOS EM CONCRETOS CONVENCIONAIS**

Segundo Isaia (2011), O concreto é o material mais utilizado na construção civil por sua versatilidade, durabilidade e desempenho imprimindo longa vida útil das edificações a custos competitivos quando comparado a outras soluções. Diversas de suas propriedades mecânicas são de importância substancial para as estruturas. Entre elas destaca-se a resistência à compressão, resistência à tração e módulo de elasticidade.

Diversos ensaios foram desenvolvidos e padronizados para a obtenção dessas propriedades. Vários desses foram evoluindo com o tempo como forma de melhoria para atender às necessidades técnicas de mercado que envolvem simplificação para que possibilitar a execução com maquinários que equipam as diversas empresas e universidades como explica Kooiman (2000).

#### **2.1.1. Tração**

De forma geral, conforme Mehta & Monteiro (2014), a resistência a compressão supera sua resistência a tração na ordem de 9 a 11 vezes. Conforme Price (1951) para resistências normais, classificados no GRUPO I pela NBR 6118 (ABNT, 2023) como sendo concretos com resistência entre 20 MPa e 50 MPa, a NBR 6118 propõe equacionamento que, dentro do grupo, varia a resistência à tração dos concretos de 8% a 11% da resistência a compressão

Atualmente a resistência à tração dos concretos e argamassas pode ser medida através de três ensaios: tração direta, tração na flexão e compressão diametral. Assim como o módulo de elasticidade, a forma de obtenção desse dado é sugerida pelos diversos códigos normativos de forma indireta através de correlações com base na resistência à compressão determinada em projeto. A Tabela 2.1 apresenta os equacionamentos de resistência à tração sugeridos pelos diversos códigos normativos.

Tabela 2.1 – Equacionamento normativo para a previsão da resistência média à tração com base na resistência à compressão prescrita.

Código Normativo	Resistência Média à Tração
NBR 6118 (ABNT, 2023)	$f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$
MC10 ( <i>fib</i> , 2011)	$f_{ctm} = 1,4 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{f_{ck}}{10}\right)^2}$
ACI 318 (ACI, 2014)	$f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$
EC2 (CEN, 2008)	$f_{ctm,fl} \geq 1,6 - \frac{h}{1000} \cdot f_{ctm}$ $f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$

### 2.1.2. Tração Direta

Os métodos de resistência à tração foram desenvolvidos desde 1943 proposto por Schuman & Tucker (1943), sofreu otimização proposta por Nianxiang & Wenyan (1989) e nova alteração prescrita por Furnas (1997). Sendo o método mais confiável por obter o dado desejado sem aproximação por bancos de dados ou outros tratamentos estatísticos. É baseado em tracionar paralelamente ao eixo da peça um espécime. Ocorre que existe uma dificuldade construtiva no modelo, já que o concreto é um material frágil à tração e a forma de fixação do corpo de prova ao dispositivo de ensaio se torna complexo. Zheng *et al.* (2001) explica como a forma de fixação do elemento a ser ensaiado altera o diagrama de tensões na base da fixação a depender da forma do corpo de prova. A Figura 2.1 mostra uma adaptação da ilustração de Zheng *et al.* (2001).

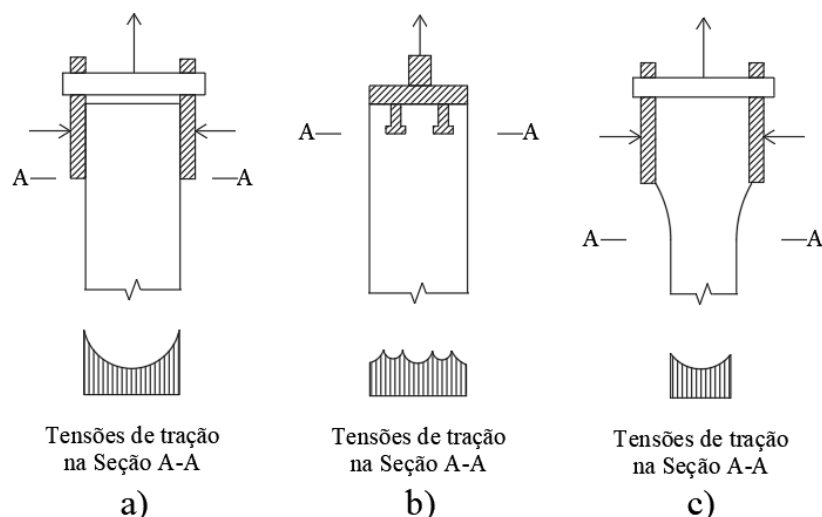


Figura 2.1 – Diagramas de tensão na base da fixação do espécime

Adaptado de Zheng *et al.* (2001)

Porém, como explica Neville (1982), em virtude da difícil aplicação do método de tração uniaxial devido justamente a necessidade de fixação das extremidades, da alta possibilidade de desalinhamento das cargas que aumenta a probabilidade de gerar flexo-tração e ocasiona ruptura precoce do elemento ensaiado. Assim, outros códigos normativos como ASTM C-78, ASTM C-496, BS 1881 e BS EN 12390 prescrevem ensaios indiretos para a obtenção desse valor.

Ainda, Neville (1982) destaca que os diferentes métodos, tração direta, tração por compressão diametral, tração indireta por flexão em 3 pontos e 4 pontos fornecem resultados crescentes na ordem citada. Isso se deve a duas razões. Ocorre o espalhamento das tensões de tração na mesma ordem que aumentam as dimensões dos corpos de prova e o método de aplicação da carga e, portanto, é mais provável estatisticamente que existam zonas de fragilidade em uma região maior do que em uma menor e porque cada método espalha suas tensões de forma diferente, não uniforme, interferindo na propagação da fissura e retardando a ruptura.

### 2.1.3. Compressão Diametral

Em entrevista concedida à COPEE/UFRJ (IBICT, 2019), O professor Luiz Fernando Lobo Carneiro esclarece que em 1943, movido pela devoção à São Pedro não mediu esforços para mobilizar a outro terreno uma igreja de construção datada

de 1732 que estava ameaçada pelo progresso das vias urbanas da cidade do Rio de Janeiro. Foi no acaso da necessidade causada por devoção religiosa somada ao domínio do conhecimento dos conceitos da teoria da elasticidade que o profissional supracitado, na falta de aço causada pela mobilização nacional à Segunda Guerra Mundial, prescreveu um novo ensaio tecnológico para a determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos chamado mundialmente de “Ensaio Brasileiro” ou “Compressão Diametral”.

Os cilindros metálicos comprimidos diametralmente eram calculados através da fórmula de Hertz. Os de concreto, no entanto, rompiam de forma diferente dos espécimes metálicos. A ruptura dava-se a partir de uma fissura vertical que conectava o aplicador de carga ao apoio dividindo em dois o corpo-de-prova. Foi criada a NBR 7222 datada de 1994, com última atualização em 2011, que normatiza o ensaio e determina, assim como a CEB *fib*/90, a correlação da resistência à compressão diametral com a resistência à tração direta através da Equação 2.1 e o esquema do ensaio é mostrado na Figura 2.2.

$$f_{ct, stt} = \frac{2 \cdot P_{max}}{\pi \cdot \phi \cdot l} \quad \text{Equação 2.1}$$

Tal que:

$f_{ct, stt}$  é a resistência do concreto à tração medida através do ensaio de Compressão Diametral, ou *Splitting Tensile Test*;

$P_{max}$  é o carregamento máximo medido no ensaio normatizado pela NBR 7222;

$\phi$  corresponde ao diâmetro do corpo de prova;

$l$  representa o comprimento do corpo de prova;

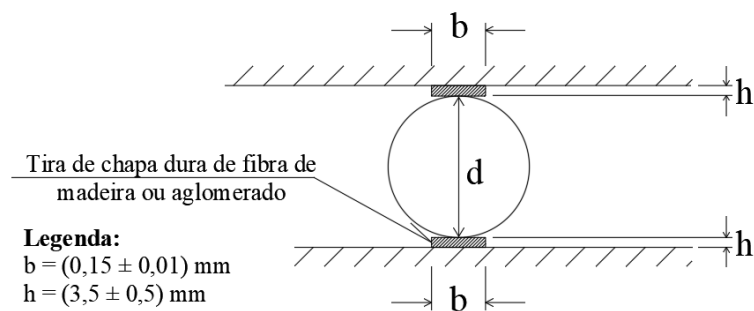


Figura 2.2 – Esquema de ensaio para Compressão Diametral

A resistência medida de forma indireta através do ensaio de compressão diametral é determinada sob aplicação de carga medida em prensa comandada por um deslocamento de sob  $0,8 \pm 0,1 \text{ mm/s}$  e deve ser corrigida para equiparação ao ensaio de tração direta conforme Equação 2.2. A comparação dos resultados do ensaio de compressão diametral com os ensaios de tração indireta apresentados por Komlos (1970) como mostrado na Figura 2.3.

$$f_{ct} = 0,9 \cdot f_{ct, stt} \quad \text{Equação 2.2}$$

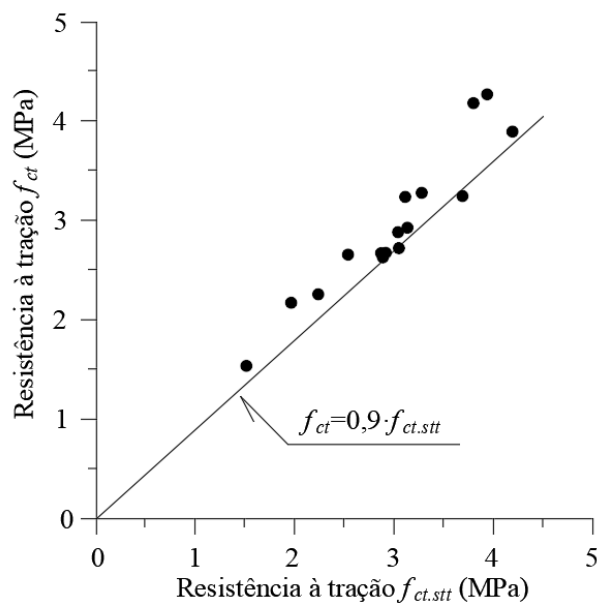


Figura 2.3 – Relação entre o equacionamento de correlação da tração por compressão diametral e tração direta

Adaptado de Araújo (2001)



#### 2.1.4. Tração Na Flexão (3 Pontos)

A ASTM C-293 (ASTM, 2016) sugere um corpo de prova prismático ensaiado em 3 pontos com limitações de relações dimensionais e posição de apoios e carga conforme Figura 2.4 e velocidade de aplicação de carga limitada ao intervalo de 0,9 MPa/s a 1,2 MPa/s. O resultado de tensão limite é obtido com a Equação 2.3.

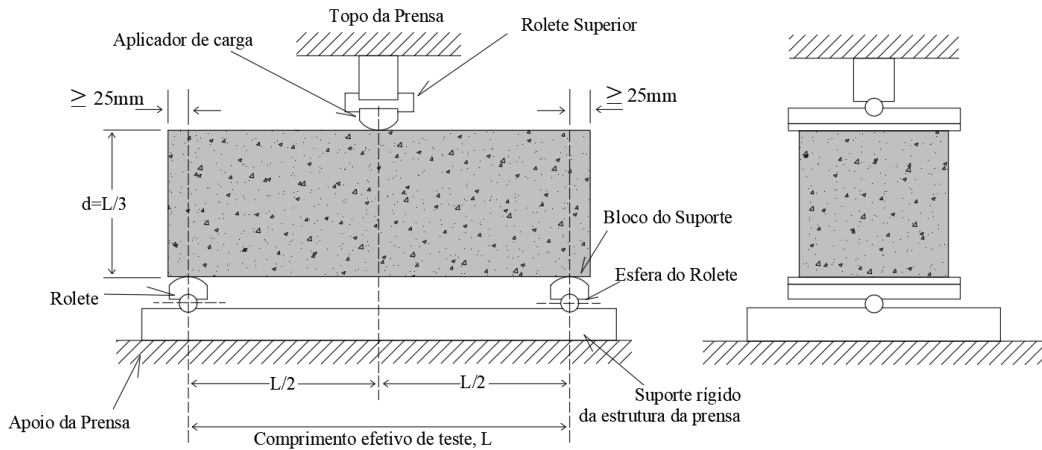


Figura 2.4 – Esquema de ensaio de tração na flexão por 3 pontos padronizado pela ASTM C-293 (ASTM, 2016)

Adaptado de ASTM C-293

$$f_{ct,F3P} = \frac{3 \cdot P_{m\acute{a}x} \cdot L}{2 \cdot b \cdot d^2} \quad \text{Equação 2.3}$$

#### 2.1.5. Tração Na Flexão (4 Pontos)

Os métodos para obtenção dos valores de resistência à tração por flexão do concreto são determinados pela NBR 12142 (ABNT, 2010) e pela ASTM C-78 (ASTM, 2009). O ensaio consiste basicamente um teste de 4 pontos carregados sob uma taxa incremental de carga compreendida no intervalo de 0,9 MPa/min a 1,2 MPa/min, o esquema de ensaio é mostrado na Figura 2.5, também chamado de Ensaio de *Stuttgart*. Raphael (1984) cita que de todos os métodos de ensaio para obtenção do valor de tensão resistente à flexão, o de tração na flexão é o que acusa o maior deles tornando-se não-linear próximo à ruptura. Zheng *et al.* (2001) explica que é devido à tensão máxima de tração localizar-se na fibra mais externa do espécime ensaiado,

e esta é restringida pela fibra mais próxima do material menos tensionado, que a tensão máxima à tração medida neste ensaio é superior à tensão de tração real sob tensão uniforme.

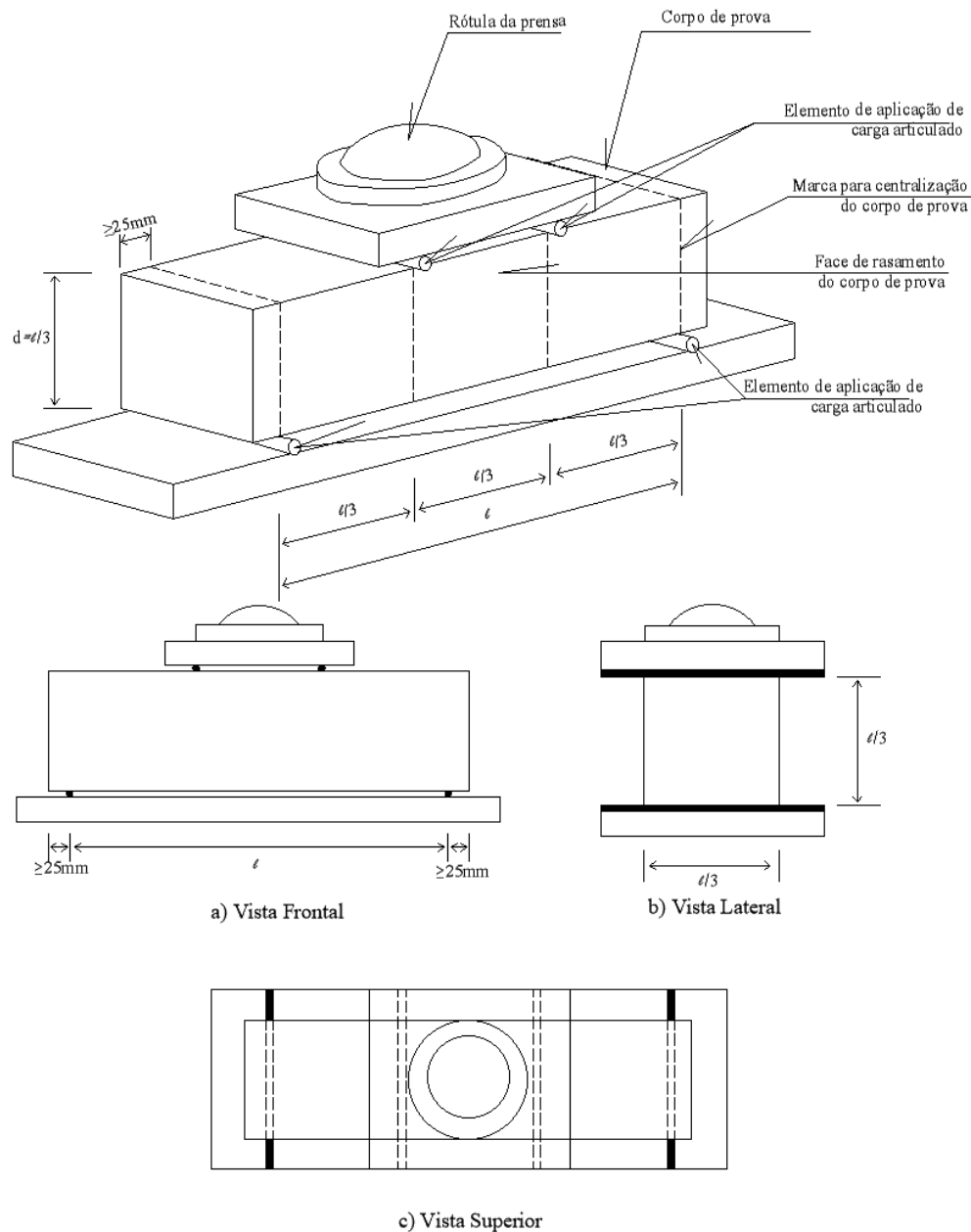


Figura 2.5 – Esquema de ensaio para tração na flexão (4 pontos)

Adaptado da NBR 12142 (ABNT, 2010)

Este é um ensaio considerado indireto para medição da resistência à tração do concreto. Para correlacionar ao ensaio de tração direta, Komlos (1970) indica correção do valor obtido em conforme Equação 2.4. A Figura 2.6 mostra a relação entre os valores medidos através do ensaio de tração na flexão e tração direta e a correção proposta por Komlos (1970).

$$f_{ct} = 0,6 \cdot f_{ct,F4P} \quad \text{Equação 2.4}$$

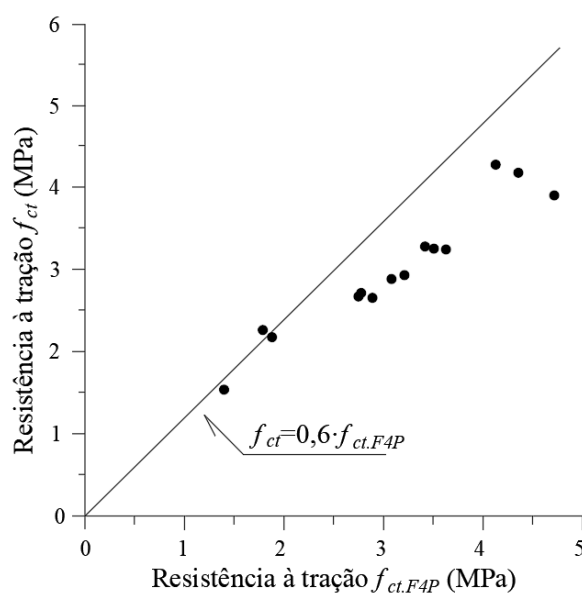


Figura 2.6 – Relação entre o equacionamento de correlação da tração na flexão e tração direta

Adaptado de Araújo (2001)

#### 2.1.6. Módulo De Elasticidade

Neville (1982) considera que o módulo de elasticidade à tração e à compressão apresentam aproximadamente o mesmo valor. Furnas (1997) afirma que o módulo de elasticidade na tração pode ser medido através das flechas oriundas do deslocamento vertical de corpos de prova prismáticos sob ensaio de flexão ou pelo ensaio de tração simples.

Galloway & Harding (1976) aponta que o limite linear-elástico sob tração ocorre pouco abaixo do mesmo limite em regime de compressão. Esta constatação somada à consideração de Neville (1982) confirma a validade do valor de Módulo de

Elasticidade obtido em ensaio de vigas de três pontos tanto para tração quanto para compressão. Este fato é endossado por Gopalaratnam & Shah (1985).

A NBR 8522 (ABNT, 2017) prescreve modelo de ensaio para obtenção do módulo de elasticidade assim como o método da ASTM C-469 (ASTM, 2022) com a aplicação de carga prévia para acomodação (40% da tensão de ruptura prevista) e utilização de extensômetros elétricos embutidos, superficiais elétricos ou mecânicos. A velocidade de ensaio deve respeitar um limite de 0,45 MPa/s variando até 0,15 MPa/s a mais ou a menos.

A ASTM C-469 (ASTM, 2022) e NBR 8522 (ABNT, 2017) mantém as determinações de carregamento inicial, além de acomodação, mais duas pré-cargas aleatoriamente a fim de determinar a constante de calibração de resistências medidas no extensômetro. Além dos demais outros carregamentos delimitados pelo código normativo em questão respeitarem intervalos determinados pela mesma, a velocidade de carga recomendada deve aplicar no corpo de prova uma variação de tensão entre 0,25 MPa/s com variação de 0,035 MPa/s para mais ou para menos.

Para ambos os códigos normativos, a Equação 2.5 determina a forma de obtenção do módulo de elasticidade.

$$E = \frac{\sigma_f - \sigma_a}{\varepsilon_f - \varepsilon_a} \quad \text{Equação 2.5}$$

Onde:

$\sigma_f$  é a tensão correspondente a 30% (ASTM) e 40% (ABNT) da tensão de ruptura;

$\sigma_a$  corresponde a tensão sob a deformação de 0,00005;

$\varepsilon_f$  é o valor de deformação específica sob a tensão  $\sigma_f$ ;

$\varepsilon_a$  é a deformação específica de 0,00005;

Troxell *et al.* (1968) cita a influência que o módulo de elasticidade sofre em seu valor medido devido velocidade de aplicação de carga. Quando as cargas são aplicadas muito rapidamente, a exemplo de 0,01 segundos, as deformações sofrem

redução. Para tempos de aplicação de 5 segundos a 2 minutos, ocorre aumento de até 15% das deformações. Essa evolução tende a estabilizar para tempos muito grandes como 2, 10 e 20 minutos. Aumentos de 15% de deformação correspondem a 12% de aumento no valor do Módulo de Elasticidade. Portanto este é um parâmetro importante. O gráfico da Figura 2.7 ilustra a influência da velocidade de aplicação de carga citada por Troxell (1968).

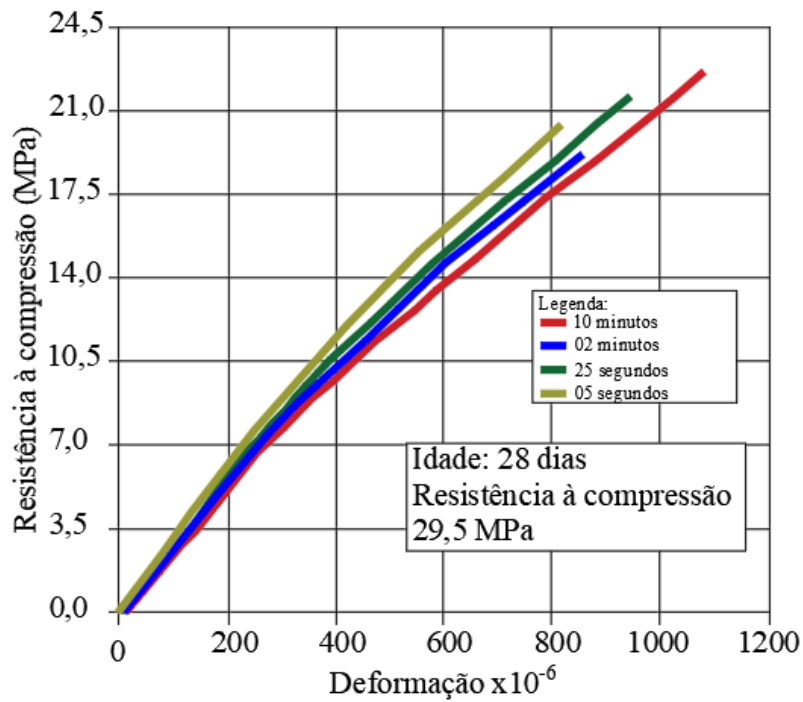


Figura 2.7 – Influência da Velocidade na Aplicação de Carga.

Adaptado de Troxell (1968)

Os códigos normativos prescrevem equações de correlação entre a resistência à compressão de projeto e o módulo de elasticidade inicial. Essas correlações são apresentadas na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Correlações normativas entre Resistência à Compressão e Módulo de Elasticidade para concretos de até 50 MPa de resistência à compressão

Código Normativo	Módulo Tangente
NBR 6118 (ABNT, 2023)	$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$
MC10 ( <i>fib</i> , 2011)	$E_{ci} = 21500 \cdot \alpha_e \cdot \sqrt[3]{\frac{f_{ck} + 8}{10}}$
ACI 318 (ACI, 2014)	$E_{ci} = 4732 \cdot \sqrt{f_{ck}}$
	$E_c = 1,05 \cdot E_{cm}$
EC2 (CEN, 2008)	$E_{cm} = 22000 \cdot \sqrt[3]{\frac{f_{ck} + 8}{10}}$

## 2.2. ENSAIOS EM CRFA

Os concretos reforçados com fibras de aço (CRFA) são basicamente concretos convencionais que recebem o incremento de fibras de aço em sua composição. Dentre as vantagens da mistura ressalta-se, como descreve Ojah *et al.* (2022), o incremento da capacidade resistente à tração.

Para estruturas de concreto sem armadura, como é o caso de barragens e pavimentos, a resistência a tração dos concretos é mais importante do que a compressão, como citam Bazant *et al.* (1987) e Patel *et al.* (2020). Portanto, uma compreensão plena e a predição dessa propriedade é de importância substancial para o sucesso dessas obras. Em estruturas de concreto armado, com reforço com barras de aço, como as estruturas de edificações urbanas, o incremento da resistência à tração, normalmente baixo na ausência das fibras, pode refletir-se em celeridade na execução, redução de prazos, e, conseqüentemente, de custos fixos.

As fibras de aço utilizadas possuem diversos formatos e dimensões. A Figura 2.8 mostra alguns destes formatos. O mecanismo pelo qual as fibras incrementam a

resistência à tração dos concretos é o efeito de ponte de tensão provido pelas fibras após a fissuração da matriz cimentícia com funcionamento mostrado na Figura 2.9. As grandezas mais relevantes sobre as seções transversais das fibras são seu comprimento ( $l_f$ ), diâmetro ( $d_f$ ), seu fator de forma ( $l_f/d_f$ ) e a tensão de escoamento ( $f_{yf}$ ). Moraes Neto *et al.* (2013) destaca que o fator de forma e a taxa de fibras ( $C_f$ ) constituem os fatores mais importantes para a determinação do comportamento a flexão. Carillo *et al.* (2020) considera em seu estudo a relação da tensão de escoamento da fibra e a tensão de ruptura do concreto ( $f_c$ ) além da quantidade de ganchos nas pontas das fibras *hooked-end*.

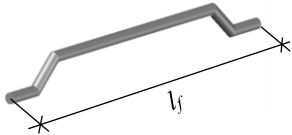
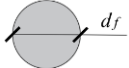
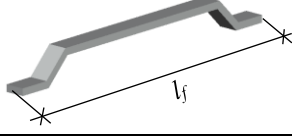
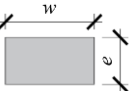
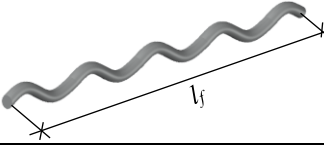
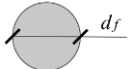
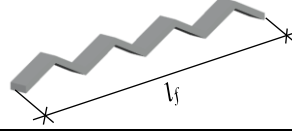
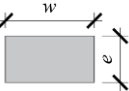
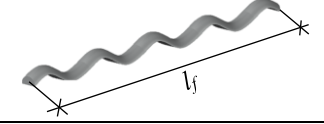
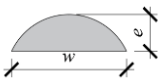
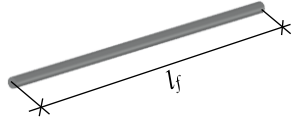
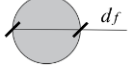
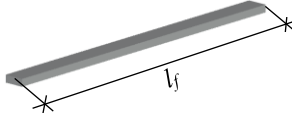
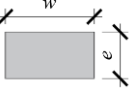
Tipo	Classe	Geometria	Seção Transversal
A	I		
	II		
B	I		
	II		
	III		
C	I		
	II		

Figura 2.8 – Tipos de fibra



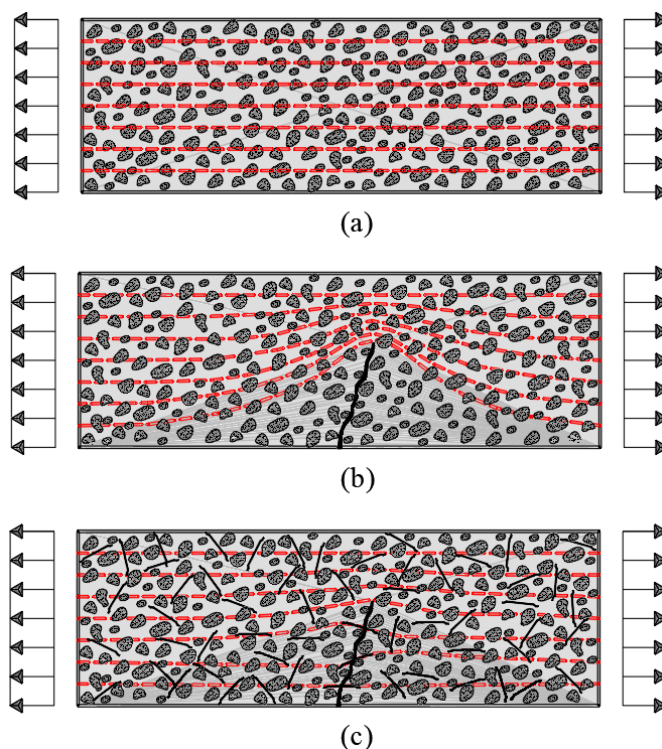
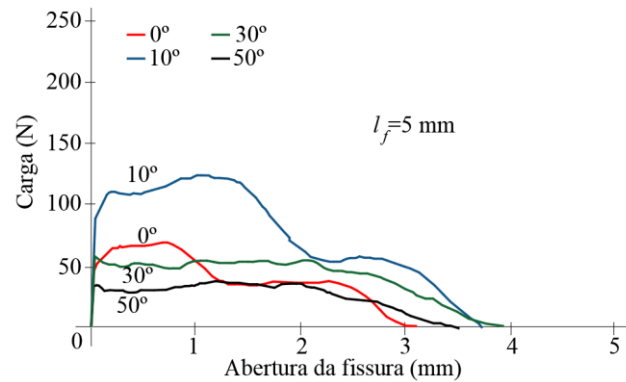


Figura 2.9 – Comportamento das tensões no Concreto Reforçado com Fibras de Aço.

Adaptado de Figueiredo (2000)

Naaman (2003) considera um fator de eficiência da fibra no que se refere a razão entre a área lateral de contato da fibra dividido pela área da seção transversal. Edgington & Hannant (1972) ressaltam a importância da orientação das fibras de aço. Robins *et al.* (2002) apresenta resultados sobre ensaios de arrancamento que demonstram que menores inclinações da fibra em relação à direção da carga imprime maiores valores de carga de arrancamento desde que na ordem de  $10^\circ$  a  $20^\circ$ , ao contrário do que seria possível imaginar,  $0^\circ$  não exprime os melhores resultados como mostra a Figura 2.10.



Adaptado de Robins *et al.* (2002)

A falha das fibras se dá por dois mecanismos principais segundo Garcez (2005), Ruptura da fibra ou arrancamento. O primeiro se dá pela ruptura do material da mantendo íntegros ou não-rompida a matriz cimentícia e o segundo através da ruptura da tensão de aderência ou dos outros mecanismos de ancoragem da fibra como mostra a Figura 2.11. Fibras com gancho tendem a fissurar a matriz de contorno das dobras, como mostra a Figura 2.12 o que propicia a ruptura da tensão de aderência e escorregamento do gancho pelo espaço anteriormente ocupado pelas seções anteriores da fibra através do processo mostrado na Figura 2.13.

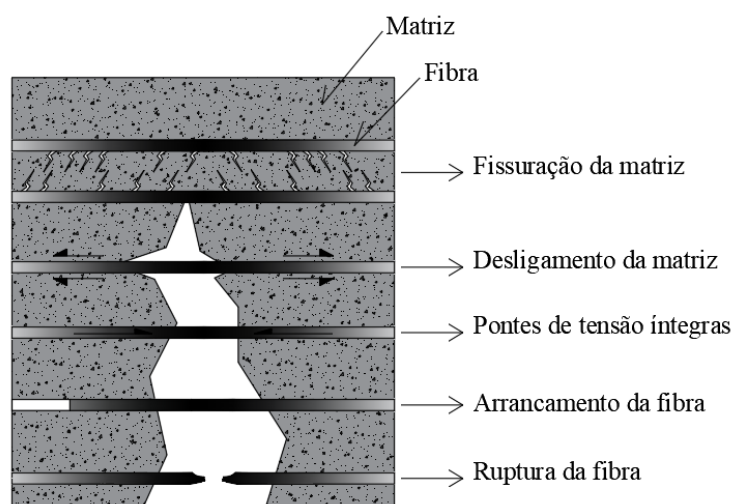


Figura 2.11 – Modos de ruptura para fibra e matriz cimentícia

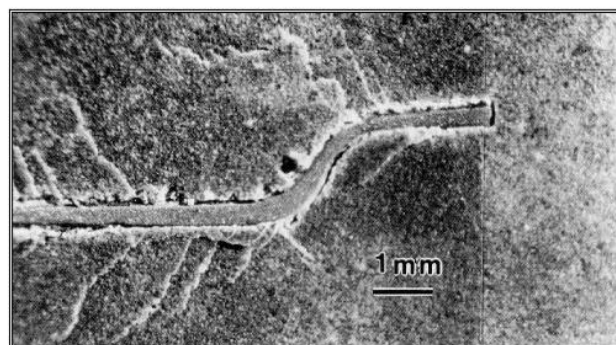


Figura 2.12 – Fissuração da matriz para arrancamento de fibras *Hooked-end*

Fonte: Bentur & Mindess (1990)

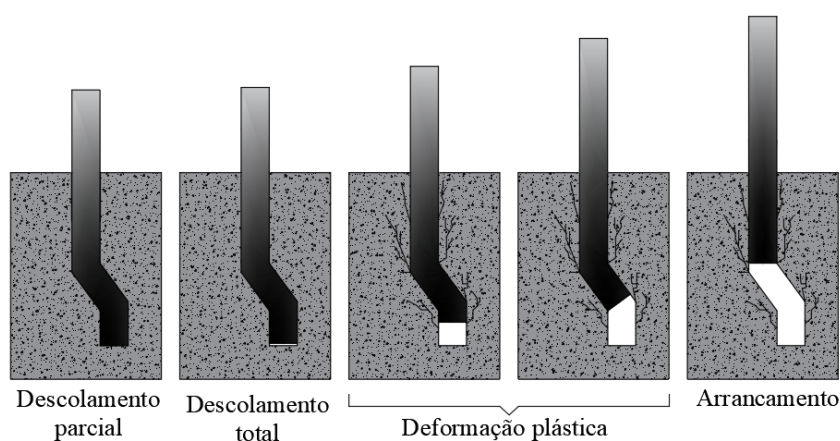


Figura 2.13 – Escorregamento padrão de fibras *hooked-end*

A caracterização do CRFA encontra-se largamente estudada, porém, com correlações ainda nebulosas e dispersas. Os ensaios mais disseminados são os ensaios de flexão em três e quatro pontos com ou sem entalhe, duplo puncionamento, conhecido como Ensaio Barcelona e o ensaio de tração direta. Porém, diversos outros ensaios são estudados, alguns já normatizados oficialmente, outros de cunho mais teórico do que aplicável a obras. A Figura 2.14 mostra os principais ensaios de caracterização.






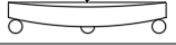

Ensaio	Norma/Referência	Setup	Dimensões (mm)
Flexão em 3 pontos	EN 14651 (EN, 2005), RILEM 162 TC-TDF (2002)		600 x 150 x 150
Flexão em 4 pontos	NBN B 15-238 (1992), ASTM C1609 (2019), JSCE-SF4 (2016), CNR-DT 204 (2006)	Ver Figura 2.20	Ver Figura 2.20
Tração direta/uniaxial	RILEM TC 162-TDF (2002)		Ø150 x 150
Abertura direta da fissura	Tschegg & Linsbaurer (1986)		150 x 150 x 150
Ensaio Barcelona	UNE 83515 (2010)		Ø150 x 150
Compressão com duplo entalhe	di Prisco <i>et al.</i> (2010)		150 x 150 x 150
Flexão em painel circular	EN 14651 (2005)		Ø800 x 75
Compressão diametral	Rocco <i>et al.</i> (2001)		Ø150 x 75

Figura 2.14 – Alguns ensaios existentes para CRFA

Adaptado de Blanco (2013)

A grande maioria dos ensaios mostrados na Figura 2.14 são de difícil execução e alta complexidade com poucos ou nenhum dado ou estudo sobre correlações entre si. Dessa forma é mais viável a execução de ensaios que atendam às orientações de Kooiman (2000) para praticidade de implementação. Para ensaios referentes a estruturas existentes de CRFA, é necessário que seja possível obter as tensões residuais referentes ao comportamento pós-fissuração do material e que seja garantida velocidade satisfatória de repetições do ensaio.

### 2.2.1. Tensões Residuais

O concreto convencional comporta-se, pós fissuração, como descrito no item anterior. Entretanto, o concreto reforçado com fibra de aço apresenta comportamento à tração pós-fissuração superior ao concreto convencional devido ao efeito de costura da fissura como mostra a Figura 2.15. Como mostra a Figura 2.15 (a), as tensões se distribuem praticamente uniformemente no concreto (com e sem fibras) sob tração até o início da fissuração. A partir do início da fissura, as tensões desviam da inexistência/descontinuidade do material que as transporte de um lado ao outro da fissura, no concreto convencional - Figura 2.15 (b). O efeito de

costura que a fibra proporciona faz com que ela funcione como uma ponte de tensões de tração de um lado ao outro da fissura como mostra a Figura 2.15 (c).

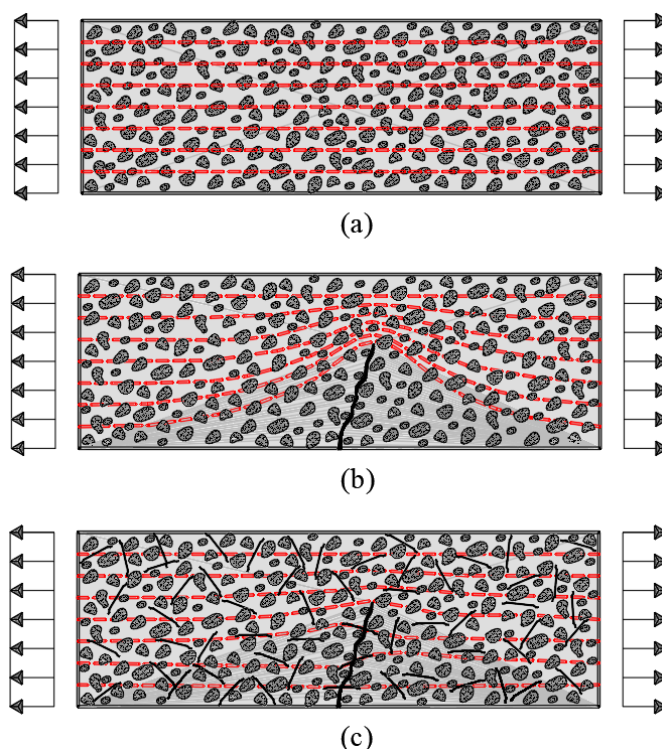


Figura 2.15 – Comportamento das tensões no Concreto Reforçado com Fibras de Aço.

Adaptado de Figueiredo (2000)

As tensões residuais, porém, não são lineares. Ocorre que as fibras são principalmente ativadas à tração pós-fissuração, apesar de Neville (1982) explicar que pré-fissuração a fibra aumenta a capacidade resistente dos concretos, são as tensões pós-fissuração que são denominadas de tensões residuais. As fissuras possuem comportamento de abertura entrópico. Sua direção de abertura em concretos é imprevisível devido às imperfeições internas do material matriz. Além disso, a disposição das fibras também é randômica, haja visto que as mesmas são posicionadas aleatoriamente durante a concretagem misturadas à massa juntamente com os demais materiais.

Portanto, diferente das barras de aço, sua disposição, concentração, direção e funcionamento não podem ser tratados com exatidão. A CEB FIB (2010) orienta que sejam feitos estudos probabilísticos baseados em bancos de dados de extensão

adequada que permita essa previsibilidade. E quanto maior a similaridade dos espécimes, sua reprodutibilidade, disponibilidade de dados, padronização e controle, maior a precisão do modelo desenvolvido com base neste banco de dados. A disponibilidade de dados é de suma importância no desenvolvimento técnico do conhecimento sobre as tensões residuais dos concretos reforçados com fibras de aço.

#### 2.2.2. O Ensaio de tração direta

O RILEM TC 162-TDF (2002) orienta um ensaio de tração direta baseado em um corpo de prova cilíndrico de 150 mm de diâmetro e 150 mm de altura como mostra a Figura 2.2. Esse espécime é aceitável de ser extraído de estruturas existentes assim como de ser moldado para execução do ensaio. Porém, demanda muitos passos para sua instalação no maquinário além de ligações baseadas em adesivos e roscas que torna o ensaio demorado unitariamente, impossibilitando sua reprodutibilidade rápida. E em sendo possível essa velocidade de reprodução, demanda muitos blocos metálicos roscados ou muitas prensas disponíveis em laboratórios equipados com muito equipamento e muita mão-de-obra a disposição. O capítulo 1 comenta sobre os passos dessa execução.

#### 2.2.3. Ensaio de tração na flexão em 3 pontos – Prisma Entalhado

O RILEM TC 162-TDF (2002) apresenta metodologia para avaliação do comportamento à tração de concretos reforçados com fibras de aço. A mesma metodologia compõe a NBR 16935 (ABNT, 2021). O método consiste em um ensaio de corpo de prova prismático de seção quadrada, entalhado, sob esforço aplicado em 3 pontos com geometria e esquema de ensaio mostrado na Figura 2.16. Este ensaio é uma adaptação do ensaio de tração na flexão com incorporação da medição da abertura de boca da fissura (CMOD – *Crack Mouth Opening Displacement*) com possibilidade de medição indireta através do deslocamento vertical (flecha).

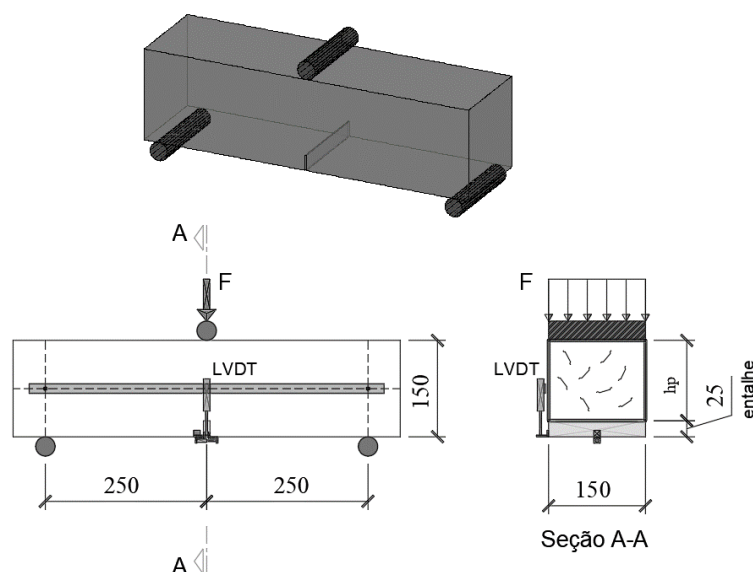


Figura 2.16 – Geometria e esquema de ensaio conforme RILEM TC 162-TDF  
(dimensões em milímetros)

A tensão de fissuração à tração para este ensaio é determinada através da Equação 2.6 valendo-se da configuração de tensões lineares baseado nas teorias de vigas lineares elásticas apresentadas por Timoshenko & Gere (1983). Entretanto, pós-fissuração, o comportamento das vigas assume-se como o apresentado na Figura 2.17.

$$f_{fct} = \frac{3 \cdot F_L \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_p} \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad \text{Equação 2.6}$$

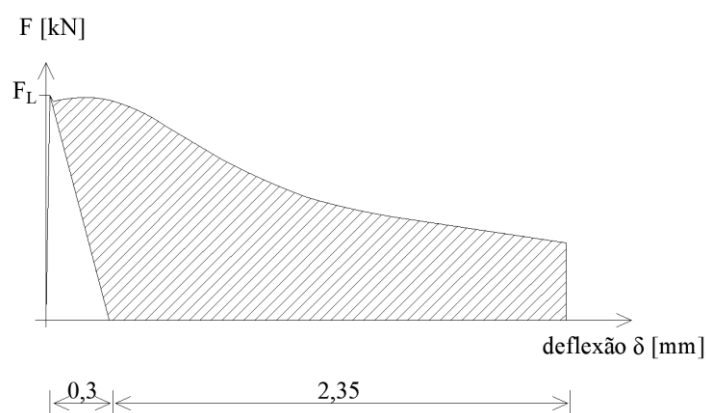


Figura 2.17 – Comportamento do Concreto Reforçado com Fibras de Aço pós-fissuração segundo RILEM TC 162-TDF (2002).

O CMOD (*Crack Mouth Opening Displacement*) pode ser previsto de forma indireta através da Equação 2.7 que relaciona o deslocamento vertical na linha de carga com o CMOD medido diretamente. Com a finalidade de simplificar o ensaio, são definidos para as aberturas de 0,5 mm, 1,5 mm, 2,5 mm e 3,5 mm para o CMOD e convertidos para os valores de 0,46 mm, 1,3 mm, 2,15 mm e 3,0 mm de deslocamento vertical como mostra a Figura 2.18.

$$\delta = 0,85 \cdot CMOD + 0,04 \text{ mm} \quad \text{Equação 2.7}$$

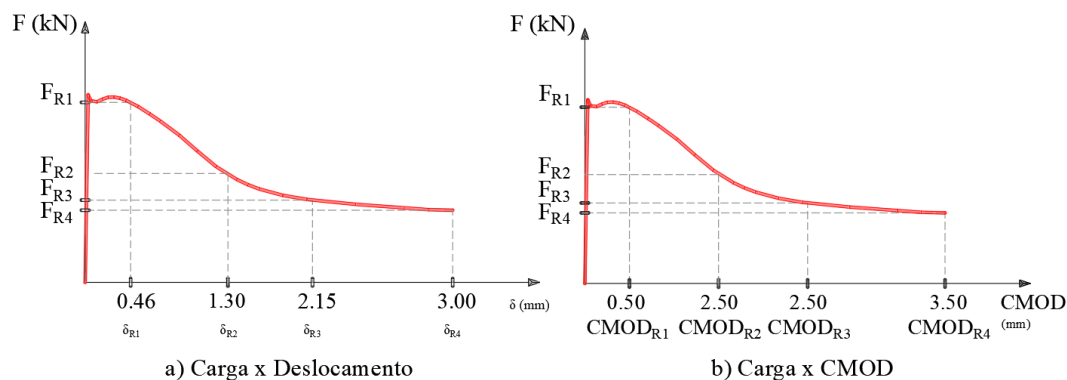


Figura 2.18 – Gráficos de equivalência de deslocamento vertical e CMOD

Além do ensaio proposto pela RILEM TC 162-TDF (2002), o ensaio de tração por flexão em três pontos com o prisma entalhado também é regulamentado pela UNE EN 14651 e EHE-08, sendo assim, o ensaio mais difundido por sua simplicidade de execução, proximidade com as situações práticas de uso das peças estruturais e reprodutividade acelerada por não exigir muitos aparatos para que seja executado.

#### 2.2.4. Ensaio de tração na flexão em 4 pontos – Prismáticos entalhados e não entalhados

Os ensaios de flexão de 4 pontos podem ser feitos em espécimes entalhados, como orientam a CNR-DT 204 e DBV 1992 ou sem entalhe como orientam a JSCE-SF4, ASTM C-1609, DAfStb Heft 614 e a NBN B 15-238. De maneira semelhante aos ensaios de três e quatro pontos para concretos sem fibras de aço, os ensaios em CRFA de flexão em quatro pontos visam eliminar a parcela de influência do cisalhamento nos resultados. Porém, como Neville (1982) cita, o aumento da região tracionada nos ensaios de quatro pontos pode trazer à falha precoce, o elemento. A



existência de um entalhe reduz a probabilidade de ruptura demasiadamente próxima a um dos cutelos, o que desbalancearia o ensaio. Porém no ensaio de três pontos, a função do entalhe é garantir a ruptura central abaixo do cutelo aplicador de carga afim de garantir que a abertura da boca da fissura se dará exatamente abaixo do aplicador e possibilite a correção  $\delta\text{-CMOD}$ .

Os ensaios não-entalhados em quatro pontos, então, diferem-se principalmente pelos dados medidos. O ensaio da ASTM C-1609 destina-se a medição das resistências residuais e da tenacidade à fratura enquanto o ensaio JSC-SF4 é focado na obtenção da tenacidade a fratura e tenacidade à flexão, como cita Salvador (2013). A geometria dos ensaios é mostrada na Figura 2.2.






Norma/Referência	Setup	Dimensões (mm)	Vão (mm)
NBN B 15-238 (1992)		150 x 150 x 600	550
JSCE-SF4 (2016)		100 x 100 x 350 150 x 150 x 500	300 450
ASTM C1609 (2019)		100 x 100 x 350 150 x 150 x 500	300 450
CNR-DT 204 (2006)		150 x 150 x 550	450
DBV (1992)		150 x 150 x 600	550

Figura 2.19 – Ensaio entalhados e não entalhados

### 2.2.1. Ensaio de Compressão Diametral

O ensaio de compressão diametral em CRFA é feito com um corpo de prova cilíndricos. Entretanto autores como Potrzebowski (1983), Luo *et al.* (2022), Gao *et al.* (2023) o executam em elementos prismáticos e denominem o ensaio como *Splitting Tensile Test*. Rocco *et al.* (2001) explica que o ensaio com corpos de prova cilíndricos apresenta a vantagem de evitar a aparição de múltiplas fissuras e de ruptura nos pontos de carga.

Goaiz *et al.* (2019) avaliou o ensaio de compressão diametral em CRFA comparando com o ensaio Barcelona e tração direta. Sob sua avaliação, o ensaio de compressão diametral fornece dados 32% superiores ao ensaio de tração direta e que o ensaio de duplo puncionamento (ensaio Barcelona) é mais preciso do que o

ensaio de compressão diametral. Denneman *et al.* (2011) verificou que o ensaio de compressão diametral é possível de ser aplicado desde que seja medida a deformação horizontal e executado conforme o esquema de ensaio mostrado na Figura 2.20b, que é um modelo de ensaio alterado do modelo original mostrado na Figura 2.20a. Ainda, na tomada de resultados, Denneman *et al.* (2011) recomenda que a carga limite de proporcionalidade (limite elástico) seja adotada alterada proposta por Tang (1994) para corrigir a largura da faixa de contato da tira de aplicação de carga como consta na Equação 2.9, que corrige os valores obtidos para espécimes cilíndricos da equação tradicionalmente aplicada ao ensaio padronizado pela NBR 7222. Alguns autores como Ince (2017) utilizam ensaios em cilindros entalhados para direcionar a posição da fissura inicial.

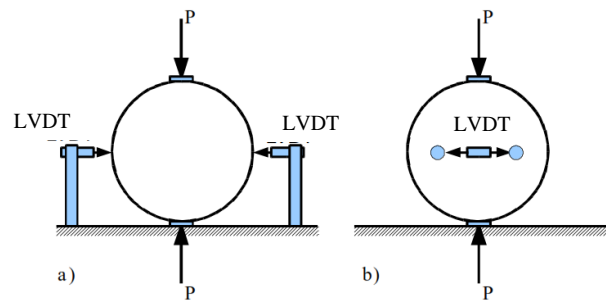


Figura 2.20 – métodos testados tradicionalmente (a) e ensaio alterado recomendado por Danneman (2011)

$$f_{fct} = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \phi} \cdot \left( 1 - \left( \frac{b}{\phi} \right)^2 \right)^{3/2} \quad \text{Equação 2.8}$$

### 2.2.2. Modelos de Predição

Autores munidos de seus próprios bancos de dados, desenvolveram equações empíricas ou semiempíricas na busca por um método para prever tensões residuais em concretos reforçados com fibras de aço com propriedades semelhantes às de seus espécimes testados. Os bancos de dados foram utilizados para verificar as equações propostas por eles.

As características das vigas utilizadas por cada autor dos modelos de predição utilizados como referência para esse trabalho foram levantadas através de uma

análise dos diversos bancos de dados são apresentadas na Tabela 2.3. Essas características são importantes por delimitarem as características estudadas pelos autores.

Tabela 2.3 – Resumo das características dos espécimes que formavam os bancos de dados de cada autor

Dado avaliado	Moraes Neto <i>et al.</i> (2013)	Carillo <i>et al.</i> (2020)	Venkateshwaran <i>et al.</i> (2017)
Quantidade Amostras (unid)	142	236	62
$f_c$ (MPa)	-	19.20-77.80	28.1-48.5
$C_f$ (%)	0.13-1.25	0.12-2.00	0.25-1.00
$l_f$ (mm)	30-60	30-60	35-60
$d_f$ (mm)	0.38-1.00	0.37-1.00	0.55-0.90
Comportamento das amostras	<i>Softening</i>	<i>Hardening</i> e <i>Softening</i>	<i>Hardening</i> e <i>Softening</i>

A Tabela 2 apresenta o equacionamento proposto por cada um dos autores, cujo trabalho será empregado neste artigo para avaliar a proximidade entre os resultados obtidos por meio dos testes de espécimes em arco e as várias equações por eles propostas. É importante enfatizar que em todos os bancos de dados, foi observado que uma combinação de resistência à compressão mais elevadas com taxas de fibra a partir de 1% tendia a amostra a comportamentos *hardening*.

Tabela 2.4 – Modelos de previsão para tensões residuais para CRFA

Tensão Residual	Moraes Neto <i>et al.</i> (2013)	Carillo <i>et al.</i> (2020)	Venkateshwaran <i>et al.</i> (2017)
$f_{r1}$	$5 \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.8}$	$\frac{1}{2000} \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} + 1 \right) \cdot \sqrt{f_u \cdot f_c}$	$\Psi \cdot \left[ 0.320 \cdot (f_c)^{0.5} + 6.214 \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right) + 0.034 \right]$
$f_{r2}$		$\frac{1}{1800} \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} + 1 \right) \cdot \sqrt{f_u \cdot f_c}$	$\Psi \cdot \left[ 0.353 \cdot (f_c)^{0.5} + 7.337 \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right) + 0.300 \right]$
$f_{r3}$	$6.0 \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.7}$	$\frac{1}{1900} \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} + 1 \right) \cdot \sqrt{f_u \cdot f_c}$	$\Psi \cdot \left[ 0.300 \cdot (f_c)^{0.5} + 7.629 \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right) + 0.373 \right]$
$f_{r4}$	$5.5 \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.65}$	$\frac{1}{2100} \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} + 1 \right) \cdot \sqrt{f_u \cdot f_c}$	$\Psi \cdot \left[ 0.284 \cdot (f_c)^{0.5} + 7.018 \cdot \left( C_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right) + 0.343 \right]$

Where:  $C_f$  é a taxa de consume de fibras [aplicada multiplicada por 100 for Carillo *et al.* (2020)],  $l_f$  é o comprimento da fibra,  $d_f$  representa o diâmetro da fibra,  $f_c$  é a resistência à compressão do concreto,  $f_u$  é a resistência de ruptura da fibra e  $\Psi = (1 + l_f/100)^{0.5}$

Todas as equações mostradas na Tabela 2.4 são válidas para concretos reforçados com fibras *hooked-end* e abrangem resistências do concreto que variam de 20 MPa a 65 MPa, proporções de fibras de 0,2% a 1,0%. Essas faixas englobam os espécimes moldados para este estudo e estão incluídas nos bancos de dados dos autores mencionados.

O banco de dados utilizado compreende cento e dez vigas com características geométricas mostradas na Figura 2.16, testadas sob flexão de três pontos de acordo com o método orientado pelo RILEM TC 162 – TDF (2012). As vigas foram testadas por seis autores. Eles utilizaram fibras *hooked-end* com diferentes consumos de fibra ( $C_f$ ), fator de forma ( $l_f/d_f$ ) e resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ ) mostrados na Tabela do Anexo I resumido na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Banco de dados

Ref.	Amostra	$C_f$ (%)	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$f_{R1}$ (MPa)	$f_{R2}$ (MPa)	$f_{R3}$ (MPa)	$f_{R4}$ (MPa)
Lee <i>et al.</i> (1017)	9	0,25-0,50	60-60	0,63-0,63	25,0-45,0	2,60-6,10	2,30-5,00	2,20-4,10	1,60-3,80
Cunha <i>et al.</i> (2003)	6	0,13-0,47	60-60	0,75-0,75	25,0-34,5	1,78-4,09	1,66-3,84	1,60-3,79	1,42-3,75
Tiberti <i>et al.</i> (2017)	71	0,32-1,00	30-80	0,30-1,00	30,6-84,2	1,44-9,20	1,35-11,00	1,23-10,90	1,07-10,50
Lourenço <i>et al.</i> (2012)	9	0,28-0,98	65-65	1,00-1,00	27,4-61,6	2,74-10,69	2,69-12,10	2,56-11,00	2,36-9,98
Ferrer Boix (2003)	8	0,50-1,00	30-30	0,50-0,50	56,5-60,1	4,35-10,40	4,03-8,88	3,65-7,36	3,30-6,40
Barros (1995)	7	0,40-0,80	30-60	0,50-0,80	35,7-54,0	3,50-5,35	-	1,64-4,20	1,34-3,83

Os modelos de predição possuem em comum o fator  $C_f \cdot (l_f/d_f)$  em suas equações. A Figura 2.21 mostra as disposições dos valores de tensões residuais em relação ao fator  $C_f \cdot (l_f/d_f)$ . Foi plotado ao fundo do gráfico uma nuvem envoltória dos resultados como forma de prover comparação futura com os dados dos arcos para a mesma relação em mesma escala da figura citada.

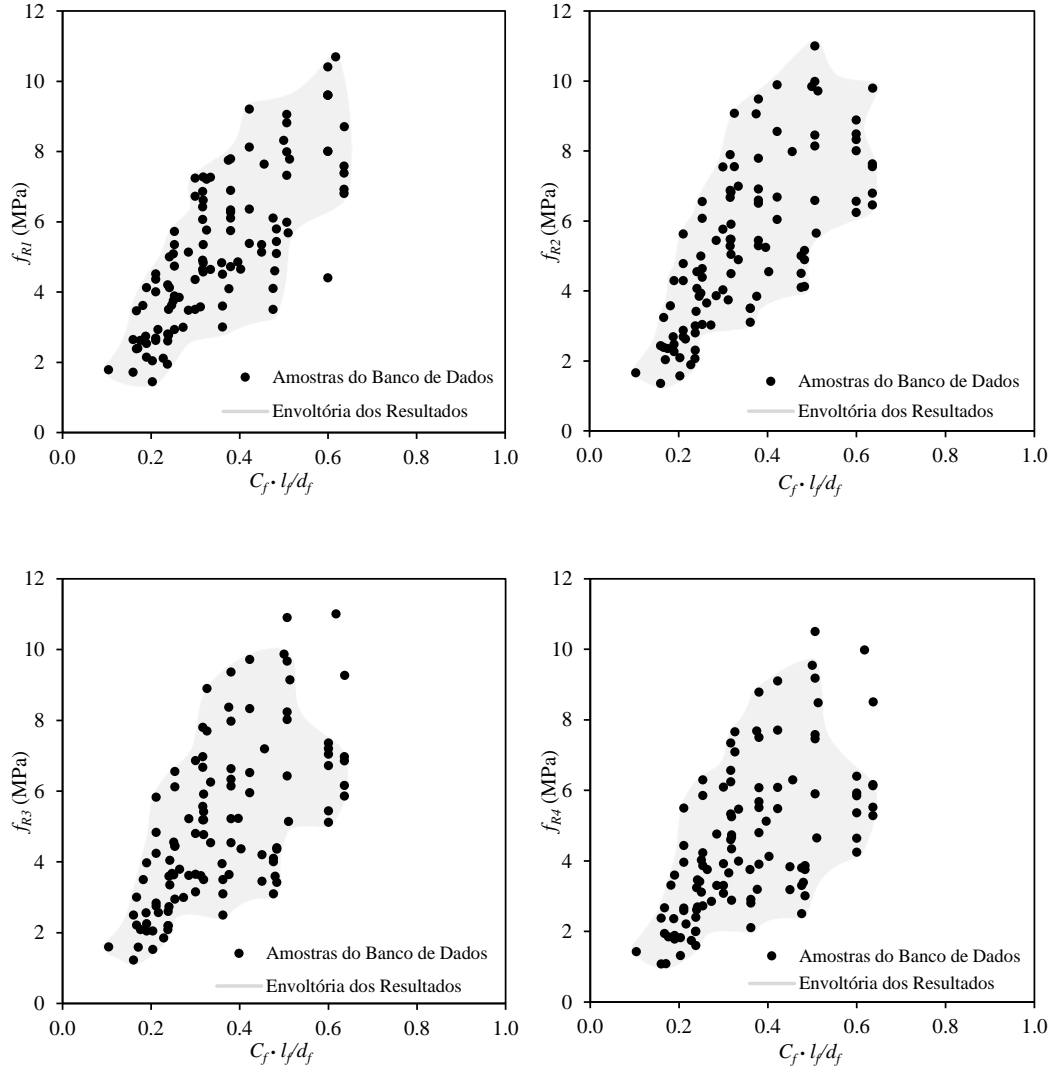


Figura 2.21 – Comparação das tensões residuais do banco de dados com seu fator  $C_f \cdot l_f / d_f$

De forma análoga, foram plotadas as relações entre as tensões residuais  $f_{Ri}$  ( $i=1, 2, 3$  e  $4$ ) fornecidas pelos autores do banco de dados e as tensões residuais teóricas obtidas utilizando as equações de previsão de Moraes Neto *et al.* (2013), Carillo *et al.* (2020) e Venkateshwaran *et al.* (2017). De forma semelhante, foram elaboradas nuvens envoltórias para os resultados teóricos para verificação da precisão das equações de previsão aplicadas aos espécimes experimentais deste trabalho. As figuras 2.22 a 2.23 apresentam as relações citadas para cada autor.

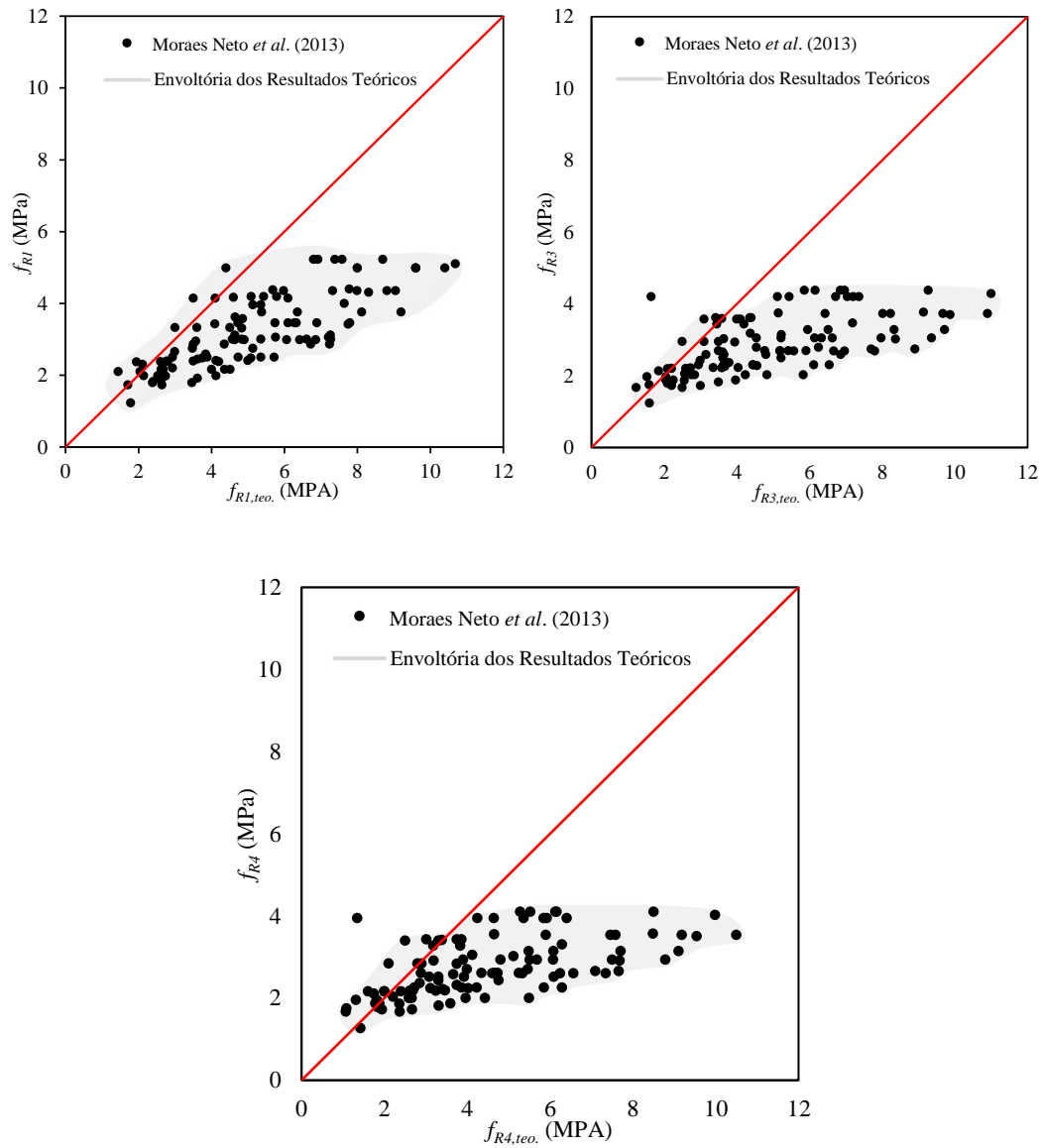


Figura 2.22 – Comparação das equações teóricas de previsão das tensões residuais por Moraes Neto *et al.* (2013) x tensões residuais experimentais do banco de dados

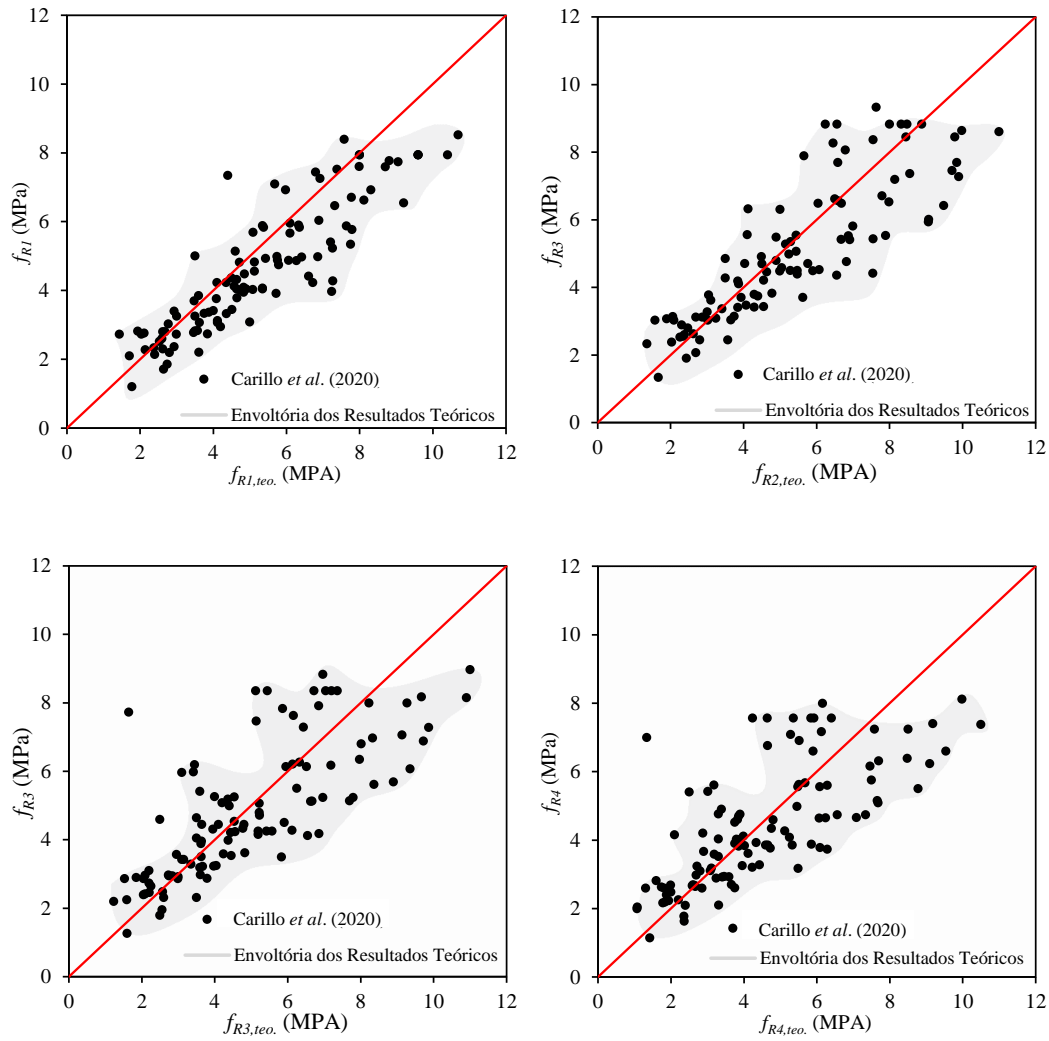


Figura 2.23 – Comparação das equações teóricas de previsão das tensões residuais por Carillo *et al.* (2020) x tensões residuais experimentais do banco de dados

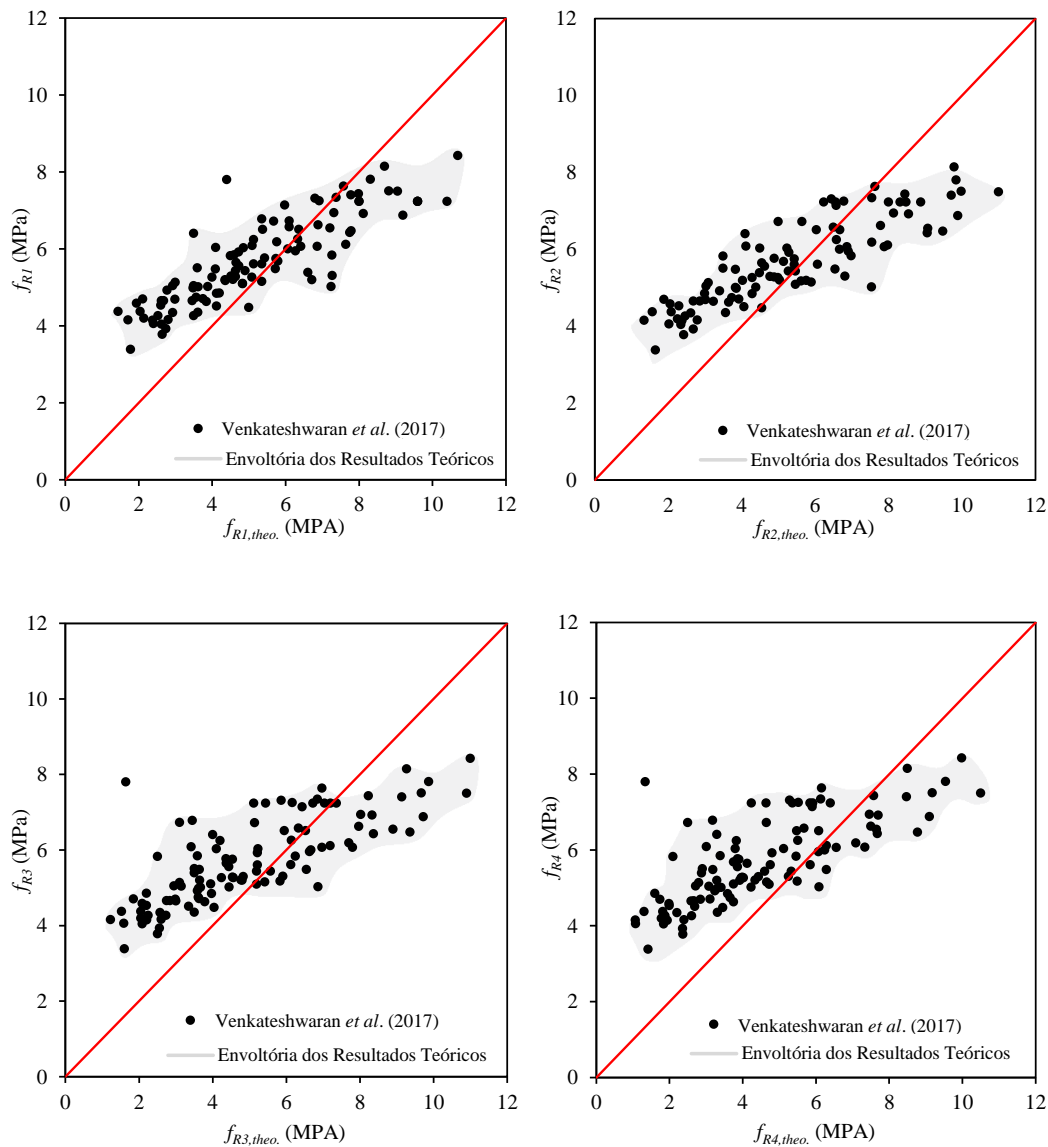


Figura 2.24 – Comparação das equações teóricas de previsão das tensões residuais por Venkateshwaran *et al.* (2017) x tensões residuais experimentais do banco de dados

## 2.3. ENSAIOS EM FORMA DE ARCOS

### 2.3.1. ARCO DE BRUNE *et al.* (2013)

A partir de um estudo sobre concretos Romanos antigos, Brune *et al.* (2013) utilizou, a partir de medições direta, um corpo de prova com formato de arco para medição da energia de tenacidade. Sua forma foi definida a partir do equipamento de extração de testemunho utilizado para o estudo que se baseava em uma perfuratriz rotativa de 20cm de diâmetro externo e outra com 5cm de diâmetro de



broca que formou o diâmetro interno do arco. Este formato resultou no apresentado na Figura 2.25.

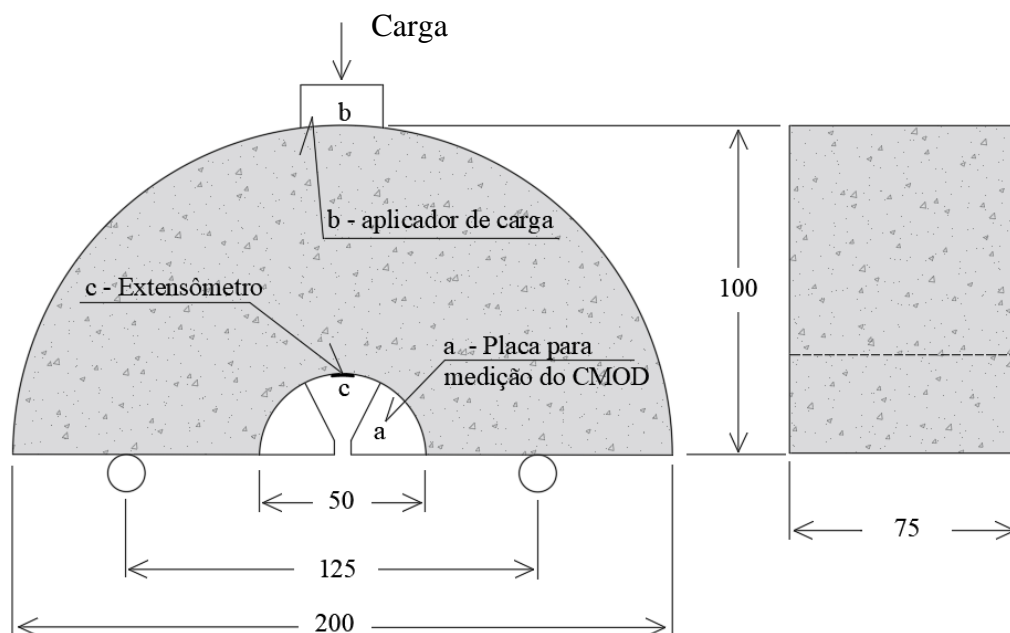


Figura 2.25 – Forma de arco utilizada por Brune *et al.* (2013).  
Medidas em mm

Com este espécime foi possível a obtenção de dados categorizados em dois grupos: (1) medidos de forma direta como carregamento, deslocamento vertical, deslocamento horizontal, encurtamento do concreto no ponto “c” e (2) dados mecânicos e de fratura extrapolados indiretamente a partir de conceitos da mecânica clássica, mecânica dos sólidos deformáveis, mecânica dos sólidos indeformáveis e mecânica da fratura.

Os autores mediram o módulo de Elasticidade a partir dos dados medidos de  $0,1 \cdot P_{máx}$  e  $0,4 \cdot P_{máx}$  no gráfico Carga x CMOD determinando  $P_{máx}$  como carregamento máximo medido durante o ensaio seguindo as determinações da ASTM C-293. Essa escolha de intervalo deve-se ao gráfico tornar-se parcialmente não-linear próximo ao pico de carregamento. Este efeito foi citado por Raphael (1984).

Brune *et al.* (2013) valeram-se de instrumentação como a medição de carregamento aplicado através de uma célula de carga, encurtamento do concreto medido com extensômetro elétrico de resistência colado no ponto “c” mostrado na Figura 2.25,

medição do CMOD a partir da abertura das chapas de referência coladas ao corpo de prova mostradas na Figura 2.26. Essa instrumentação é considerada demasiada devido ao comportamento da amostra estar totalmente compreendida no estado linear elástico, onde é considerada válida a hipótese de seções planas, linearidade-elástica plena, sobreposição de efeitos e todos os demais conceitos conhecidos da mecânica dos sólidos deformáveis e indeformáveis.

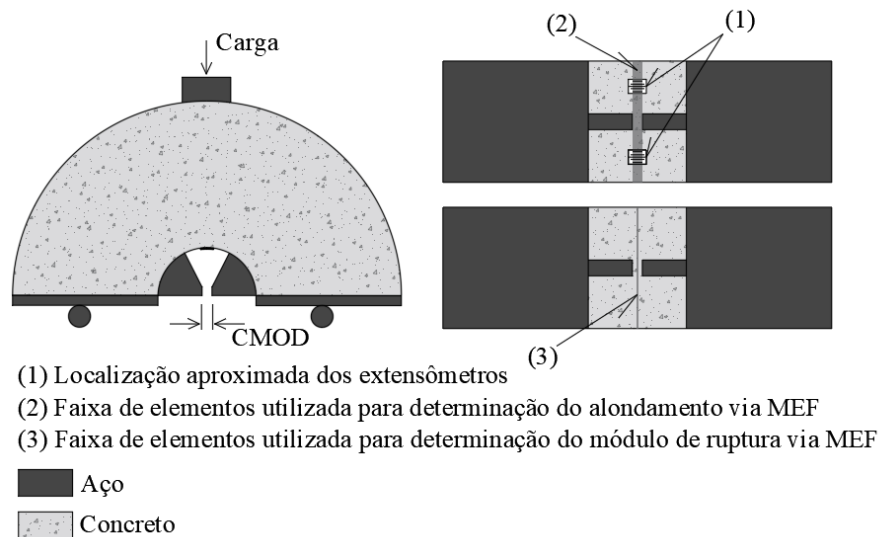


Figura 2.26 – Instrumentação aplicada aos corpos-de-prova de BRUNE *et. al.* (2013)

### 2.3.2. ARC-SHAPED SPECIMEN – ASTM E-339 (ASTM, 1990)

Este corpo de prova consiste em um ensaio normalizado pela ASTM E-339 para determinação da tenacidade à fratura. O mesmo formato de corpo de prova também é ensaiado à tração em *loop* fechado com controle de carga baseado na taxa de CMOD. A geometria do corpo de prova é mostrada na Figura 2.27.

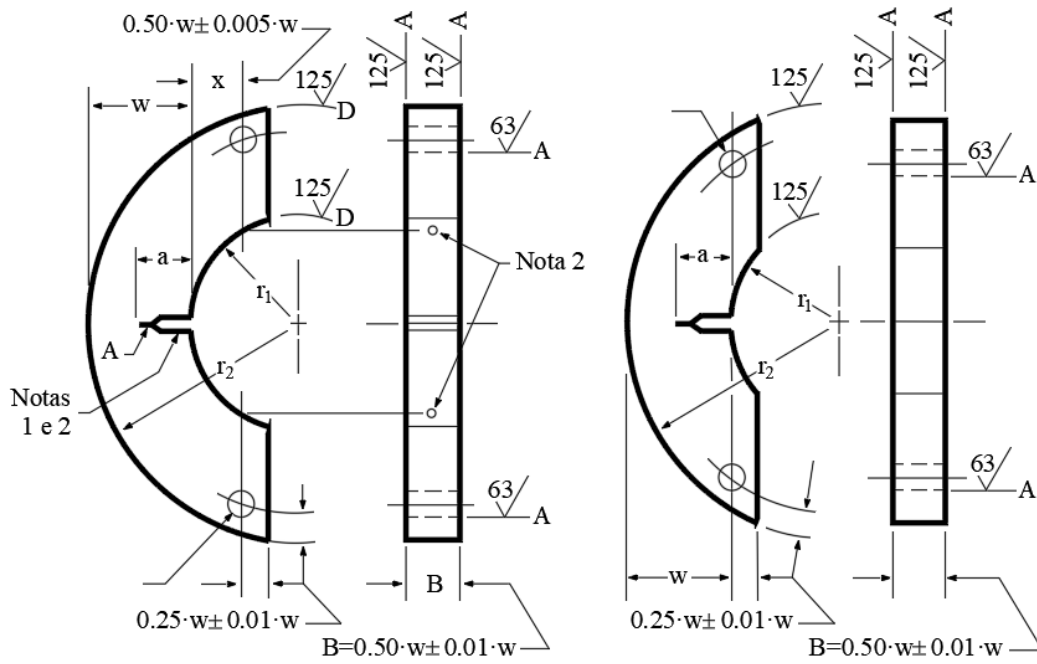


Figura 2.27 – Geometria do corpo de prova denominado *Arc-shaped specimen* pela ASTM E-339

Ferreira (2019) propõe as equações 2.8 a 2.10 para obtenção da tenacidade condicional e tenacidade ao fraturamento, respectivamente.

$$K_Q = P_Q \cdot \left[ 3 \cdot \frac{X}{w} + 1,9 + 1,1 \cdot \alpha \right] \cdot \left[ 1 + 0,25 \cdot (1 - \alpha)^2 \cdot \left( 1 - \frac{r_1}{r_2} \right) \right] \cdot f(\alpha) \quad \text{Equação 2.9}$$

$$f(\alpha) = \left( \frac{\alpha^{\frac{1}{2}}}{(1 - \alpha)^{\frac{3}{2}}} \right) (3,74 - 6,3 \cdot \alpha + 6,32 \cdot \alpha^2 - 2,43 \cdot \alpha^3) \quad \text{Equação 2.10}$$

$$R_{SA} = \frac{2 \cdot P_{m\acute{a}x} \cdot (3 \cdot X + 2 \cdot w + a)}{B \cdot (w - a)^2 \cdot f_y} \quad \text{Equação 2.11}$$

Tal que:

$P_{m\acute{a}x}$  corresponde à carga máxima de ensaio

$w$  é a altura do corpo de prova

$B$  representa a espessura do espécime

$a$  é o valor de profundidade do entalhe

$f_y$  a tensão de escoamento do material determinada com offset de 0,02% de alongamento.

Este ensaio é feito a uma taxa de 0,2 a 1,0 kN/s de acréscimo de carga para corpos de prova com relações  $W/B=2$ , 25,4 cm de espessura e  $X/W=0,5$ . Em caso de corpos de prova de relação  $X/W=0$ , a taxa de carregamento deve estar compreendida entre 0,34 kN/s e 1,7 kN/s (FERREIRA, 2019).

Via de regra, as relações geométricas dos corpos de prova devem seguir as mesmas especificações normativas de vigas ensaiadas à flexão de três pontos respeitando a Equação 2.12.

$$B, a, (w - a) \geq 2,5 \cdot \left( \frac{K_Q}{f_y} \right)^2 \quad \text{Equação 2.12}$$

Moazzami *et al.* (2018) testou este espécime comparando-o com o ensaio de compressão diametral obtendo precisão satisfatória entre ambos os ensaios tanto para medição da resistência à tração quanto para determinação do módulo de elasticidade e parâmetros indiretos de Energia de fissuração, esta última através de implementação computacional paramétrica de ambos os modelos de ensaio.

### 2.3.3. SEMI-CIRCULAR BEND SPECIMEN - CHONG & KURUPPU (1984)

Proposto por Chong & Kuruppu (1984), o corpo de prova baseia-se em um semicírculo entalhado testado em ensaio de 3 pontos. O Entalhe é feito verticalmente ou inclinado conforme os dados que se deseja coletar. Os primeiros ensaios deste procedimento foram efetuados em uma máquina servo-controlada com medição de através de carga e *clip gauge* para captação do CMOD. O ensaio ocorria à taxa controlada de abertura da fissura (CMOD) de  $3,4 \cdot 10^{-3}$  mm/s. O corpo de prova é mostrado na Figura 2.28.

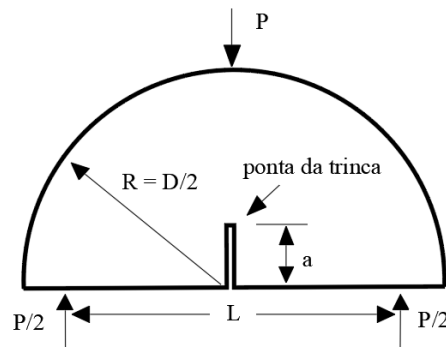
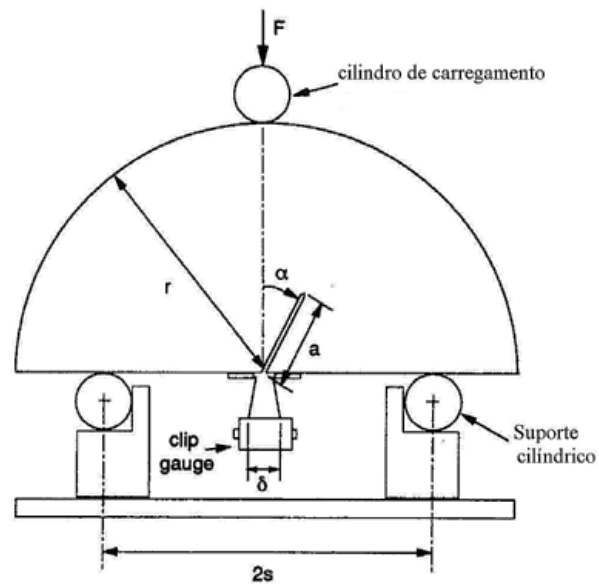


Figura 2.28 – Geometria do corpo de prova proposto por Chong & Kuruppu (1984)

Esse corpo de prova foi definido para ensaios de testemunhos de rochas e a ser preparado com pouco maquinário e com os mais simples possíveis (perfuratrizes de broca oca). O trabalho dos autores baseou-se em definir parâmetros para aplicação desse corpos-de-prova. Para isso variaram a inclinação do entalhe, temperatura, vão e velocidade do ensaio. Definido o corpo-de-prova por Chong & Kuruppu (1984), Karfakis *et al.* (1986) desenvolveram a equação que define a carga crítica de ruptura do corpo de prova aplicando a equação constitutiva da ASTM E-399 (ASTM, 1981).

Posteriormente, Chong *et al.* (1987) concluíram que o universo de aplicabilidade do corpo de prova era composto por rochas estratificadas e não-estratificadas. Sing & Sun (1990) estudaram o coeficiente de intensidade de tensão adimensional proposto por Karfakis *et al.* (1986) propondo que tivesse uma forma linear variando relativamente à mudança do vão de ensaio. Whittaker *et al.* (1992) propuseram que o mesmo coeficiente estudado por Sing & Sun (1990) tivesse forma polinomial. Lim *et al.* (1993) concluíram os 9 anos de estudos desse corpo de prova, passando por diversos autores, definindo uma relação ótima entre comprimento do entalhe e raio do corpo de prova.



$a$ : comprimento da trinca  
 $r$ : raio do corpo de prova  
 $2s$ : distância entre os pontos de apoio  
 $\alpha$ : ângulo de inclinação da trinca  
 $\Delta\delta$ : deslocamento da abertura da trinca

Figura 2.29 – Geometria do corpo de prova definitivo proposto ao fim das atualizações dos estudos de Chong & Kuruppu (1984) a Lim *et al.* (1993)

### 3. ENSAIO PROPOSTO

O ensaio proposto tem a finalidade de mitigar danos causados nas estruturas para obtenção de espécimes em estruturas já concretadas e em trabalho, onde há dúvidas sobre o comportamento real do material aplicado (CRFA). O uso do CRFA em estruturas no Brasil tornou-se possível e autorizado oficialmente após a publicação da NBR 16935, NBR 16938, NBR 16939, NBR 16940 pela ABNT em 2021, porém o ensaio proposto para avaliação das tensões residuais do CRFA após a fissuração do concreto possui a geometria prismática paralelepípedica mostrada na Figura 2.16 para situações de projeto, sendo substituído pela forma cilíndrica nos casos de extração de testemunhos de estruturas existentes.

Não existe um ensaio de tração direta normatizado nacionalmente, portanto o ensaio brasileiro orientado pela ABNT viável para estruturas existentes é orientado pela NBR 16939 (ABNT, 2021) e é feito em corpos de prova cilíndricos de 150 mm de diâmetro por 150 mm de altura, podendo ter essas dimensões ligeiramente reduzidas até 100 mm, ambas. O ensaio normatizado pela norma brasileira é conhecido como Ensaio Barcelona e suas correlações com o comportamento à flexão são imprecisos, como demonstram Manzione *et al.* (2019), Monte (2015), Pujadas (2013), Monte *et al.* (2014), Galobardes & Figueiredo (2015) e Galeote *et al.* (2017).

Dessa forma, atendendo aos requisitos de Kooiman (2000) para aceitação dos ensaios aplicáveis, o único ensaio para CRFA de estruturas existentes atualmente conhecido que exprima resultados precisos (confiabilidade), pouco dispersos e simplicidade no tratamento de dados é o ensaio de tração direta descrito pela RILEM TC 162-TDF (2002). Entretanto, mesmo nos quesitos de aceitabilidade descritos por Kooiman (2000), esse ensaio peca pela complexidade na montagem do experimento, reprodutibilidade lenta, altos custos para execução, além de demandar tempo de cura fixado ao maquinário.

Segundo Neville (1982), esses mesmos motivos acrescidos à alta possibilidade de haver excentricidades na aplicação do carregamento por desvios geométricos no espécime e em sua instalação aumentarem probabilisticamente a possibilidade de flexo-tração que rompe precocemente a amostra, tornam mais aplicáveis os

espécimes utilizados sob compressão diametral e flexão em três e quatro pontos para concretos convencionais. Estes últimos sendo menos aconselháveis para extração devido à dificuldade de extração, grandes dimensões necessárias e à alta probabilidade de serem danificados. Assim, os corpos de prova cilíndricos constituem os principais espécimes extraídos para testagem de estruturas prontas.

Os ensaios de compressão diametral, também possíveis de serem executados com geometria semelhante aos espécimes utilizados nos ensaios de tração direta e duplo punção, são úteis para atestar o comportamento completo do CRFA, porém demanda alterações em sua formulação tradicional e melhoria em sua forma de execução, como cita Denneman *et al.* (2011). Esse ensaio é preciso principalmente ao buscar o valor máximo da resistência à fissuração no seu limite de proporcionalidade desde que seja observada sua divergência dos demais ensaios e corrigido o valor conforme propõe Denneman *et al.* (2011).

Portanto, existe a necessidade de um ensaio simplificado executado com corpo de prova de pequenas dimensões e possível de ser obtido sem demandar grandes esforços, expor os operários a riscos elevados ou causar danos extensos à estrutura, haja exposto a inexecutabilidade da extração de prismas paralelepípedicos e a imprecisão das correlações entre ensaios com cilindros quando comparados ao ensaio proposto pela RILEM TC 162-TDF (RILEM, 2002). A proposta deste trabalho é um corpo de prova em arco extraído a partir de uma combinação de duas brocas e que utiliza perfuratriz rotativa simples e com possibilidade de extração vertical e horizontal.

### 3.1. O CORPO DE PROVA PROPOSTO

Os corpos de prova propostos foram determinados a partir da possibilidade de acoplagem de uma broca oca diamantada em uma perfuratriz rotativa. Este corpo de prova pode ser removido de estruturas existentes executando furos de dimensões comerciais através da utilização de brocas, por meio da combinação de duas brocas-ocas (uma por vez como mostra a Figura 3.1) e as relações entre suas dimensões precisam ser registradas como forma de garantir a boa aplicação no equacionamento prescrito ao ensaio além de tornar representativa a distribuição espacial das fibras,



quando feito em espécimes de CRFA. Portanto, foram decididas dimensões apresentadas na Tabela 3.1.

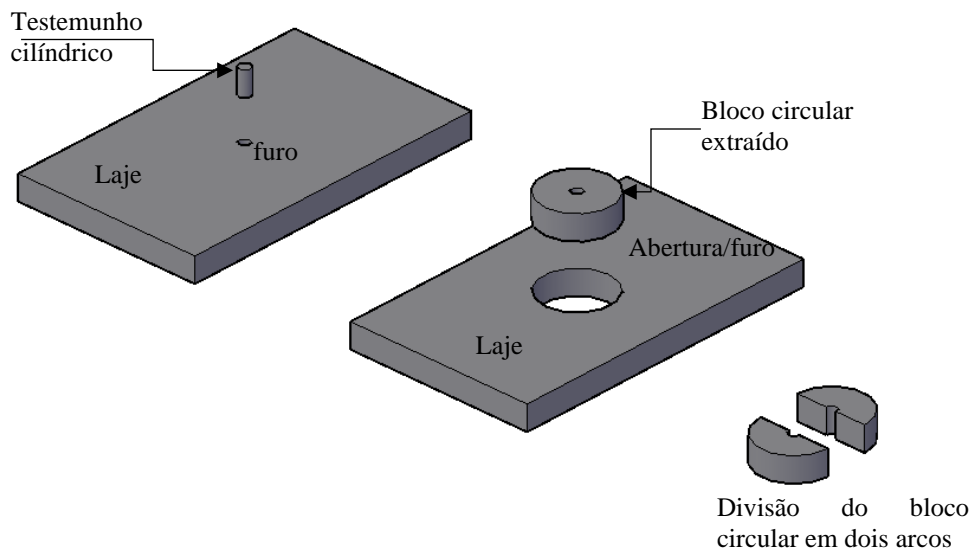


Figura 3.1 – Extração do testemunho cilíndrico com uso de broca oca

O corpo de prova é baseado na geometria proposta por Brune *et al.* (2013) com as mesmas dimensões mostradas na Figura 2.25 com seção transversal quadrada de forma que as tensões pós-aplicação das cargas ocasionem perturbação mínima na estabilidade lateral do espécime. Foram confeccionados corpos de prova e ensaiados, com a finalidade de avaliar a forma do diagrama, carga de ruptura e deslocamento vertical. O esquema de ensaio é mostrado na Figura 3.2.

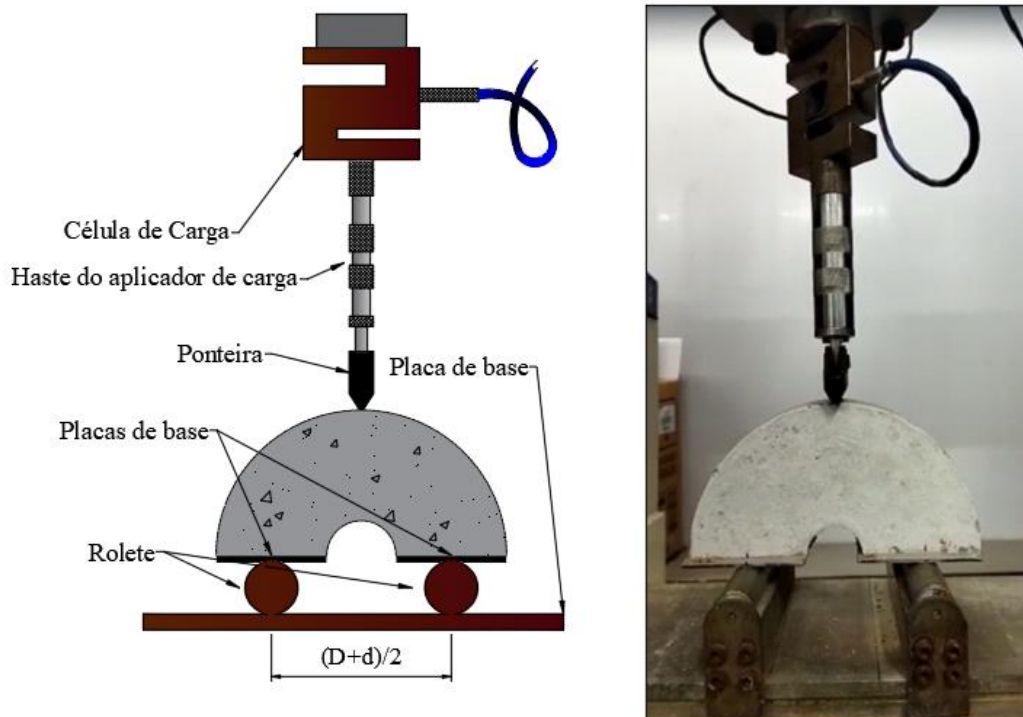


Figura 3.2 – Método de ensaio e corpo de prova em arco acoplado na prensa

Com a finalidade de testar corpos de prova de menores e maiores deslocamentos, foram definidas três formas. Uma de menor rigidez e outro com maior rigidez. A Tabela 3.1 apresenta as dimensões dos corpos de prova escolhidos. Figura 3.3 mostra as dimensões diversas tabeladas. A seção foi escolhida de forma a manter seção quadrada, mesma forma geométrica utilizada por Brune *et al.* (2003) variando apenas as dimensões e a relação  $D/d$  em 1 unidade de forma a alterar a rigidez do sistema.

Tabela 3.1 – Dimensões para os corpos de prova propostos

Corpo de Prova	Diâmetros das brocas		Relação $D/d$	a (mm)	h (mm)
	D (mm)	d (mm)			
Dd2	200	100	2	50	100
Dd3	300	100	3	100	150
Dd4	200	50	4	75	100

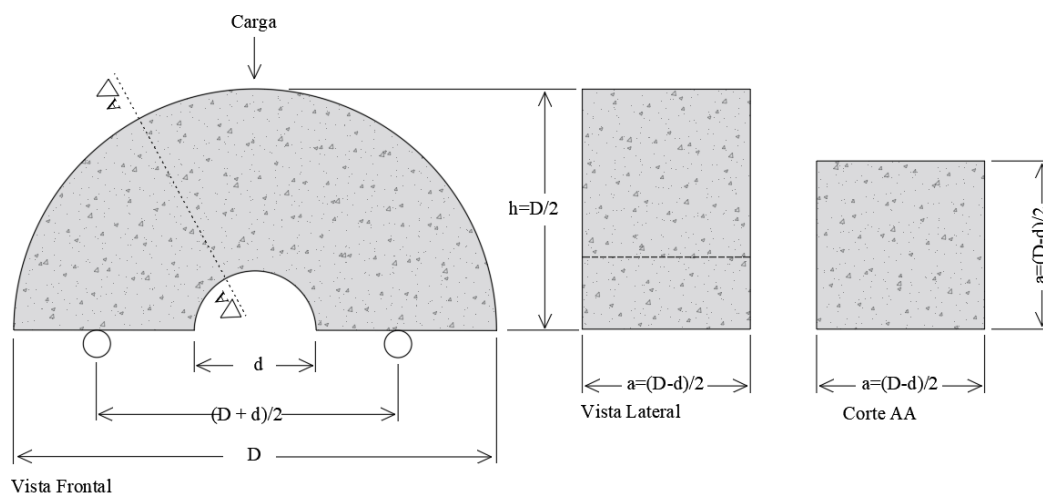


Figura 3.3 – Esquema dimensional do arco proposto

O sistema de ensaio consiste em utilizar uma prensa computadorizada da marca EMIC – Universal modelo DL-30000 com capacidade de carga de 300 kN, e velocidade de deslocamento do embolo de 0,01 mm/min a 500 mm/min com possibilidade de controle de ensaio por carga e por deslocamento, utilização de bandeja com roletes para o ensaio de 3 pontos e acoplagem de barra e rótula para os ensaios de prisma, arco, compressão diametral e axial. Esse é o mesmo esquema mostrado na Figura 3.2.

### 3.2. DADOS OBTIDOS DIRETAMENTE

O equipamento utilizado no ensaio possibilita a medição da carga aplicada através de uma célula de carga onde se acopla o trem de haste e é feita a captação do deslocamento do cutelo (aplicador de carga) diretamente pelo deslocamento do corpo do equipamento. Assim, o ensaio é possível de ser controlado por aplicação de carga e por deslocamento vertical do cutelo. Esses dados são gravados pelo equipamento que, sendo computadorizado, pode convertê-los em dados indiretos conforme alimenta-se a linha de código que compõe o *software* de ensaio responsável por controlar o equipamento, encerrar a atividade e registrar os resultados.

Após a extração, são registradas as medidas das amostras com paquímetro digital, isso inclui a base da seção ( $b$ ), sua altura ( $h$ ), vão de ensaio ( $l$ ), diâmetro externo ( $D$ ) e diâmetro interno ( $d$ ). Os dados geométricos são registrados para alimentar o

*software* de ensaio que comanda a prensa e possibilitar a obtenção de dados indiretos medidos através de relações conhecidas das teorias de estruturas e materiais.

### 3.3. DADOS OBTIDOS INDIRETAMENTE

Todos os dados obtidos diretamente são úteis para a obtenção de dados indiretos. As relações que possibilitam essa conversão são mostradas nas equações 3.1 a 3.12. Assim foi possível obter indiretamente a resistência à tração ( $f_{ct}$ ) máxima no regime elástico e módulo de elasticidade ( $E$ ) para concretos convencionais e as tensões residuais para CRFA.

#### 3.3.1. Resistência à Tração ( $f_{ct}$ )

A medida da carga de ruptura ( $P_{máx}$ ) possibilita o cálculo da tensão de ruptura ( $f_{ct}$ ) admitindo uma distribuição linear das tensões, também chamado de módulo de ruptura por diversos autores como Brune *et al.* (2013), através da Equação 3.1 como mostra Timoshenko & Gere (1983) proposta para vigas e válida para arcos bi apoiados sem restrição lateral na seção central (onde não atuam os efeitos de compressão), desprezando-se também os efeitos de cisalhamento, já que a carga é demasiadamente baixa e o corpo de prova mais rígido que uma viga em iguais condições geométricas da seção transversal. Essa equação se baseia na identificação do momento fletor no instante da ruptura ( $M_{máx}$ ) e aplicação de conceitos como momento de inércia da seção transversal ( $I$ ) e da distância  $y_{máx}$  do centro de gravidade da seção até a extremidade inferior onde se inicia a fissura.

$$f_{ct} = \frac{\pm M_{máx} \cdot y_{máx}}{I} \quad \text{Equação 3.1}$$

#### 3.3.1. Módulo de Elasticidade ( $E$ )

Para a obtenção do módulo de Elasticidade, é preciso prever a deformação específica máxima à tração ( $\epsilon_{x,máx}$ ). A metodologia de previsão da deformação específica parte da medição do deslocamento vertical medido pela prensa, que possibilita deduzir o módulo de elasticidade através das teorias de energia. Para vigas, trabalhando a equação de tensão de Timoshenko & Gere (1983) a partir de

dados longitudinais (tensão e deformação), é obtida a Equação 3.10 para obtenção do módulo de elasticidade. A deformação longitudinal pode ser determinada a partir da hipótese de Navier, equações 3.3 a 3.6, desprezando a contribuição das deformações advindas de cisalhamento, com variáveis mostradas na Figura 3.4.

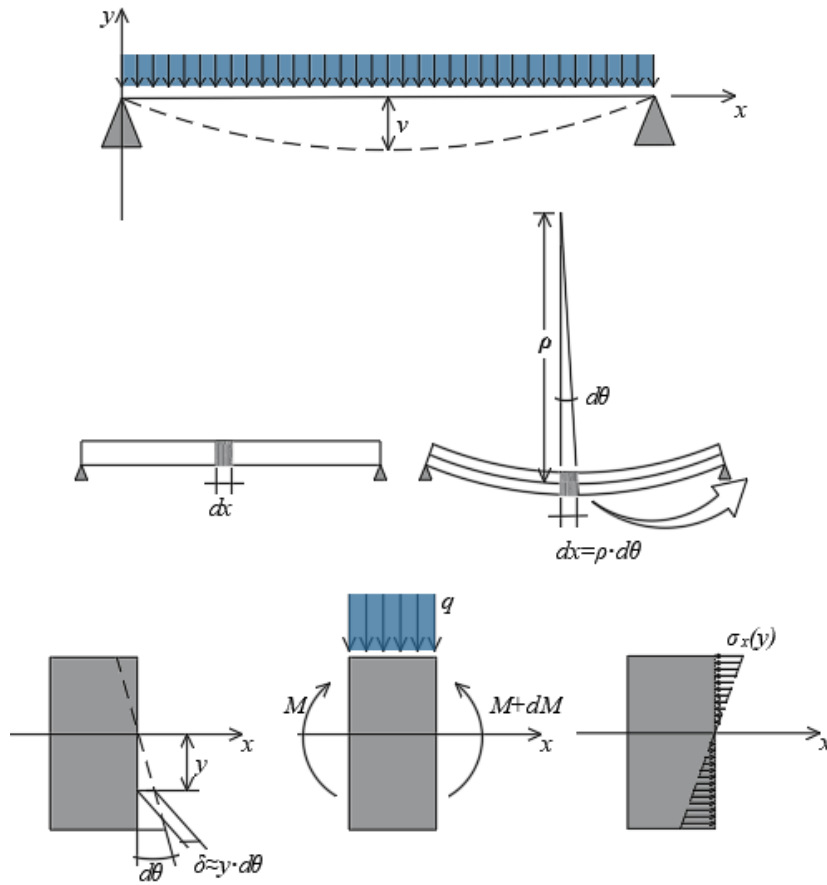


Figura 3.4 – Apresentação de variáveis para a teoria de vigas

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \quad \text{Equação 3.2}$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{\rho} \quad \text{Equação 3.3}$$

$$\varepsilon_x = -\frac{d\theta}{dx} \cdot y = \frac{-y}{\rho} \quad \text{Equação 3.4}$$

$$\theta = \frac{dv}{dx} \quad \text{Equação 3.5}$$

$$\varepsilon_x = \frac{d^2 v}{dx^2} \cdot y \quad \text{Equação 3.6}$$

Entretanto, em tratando-se de arcos, o deslocamento vertical sofre forte influência de sua angulação entre as retas de suas extremidades em relação ao centro de sua circunferência, Assan (2010) define a Equação 3.7 como sendo a correspondência da derivada dupla constante na Equação 3.6. Assim sendo, é possível, sem extensometria da base do arco, obter a deformação máxima da seção à tração desde que a peça seja mantida em regime elástico através das variáveis mostradas na Figura 3.5.

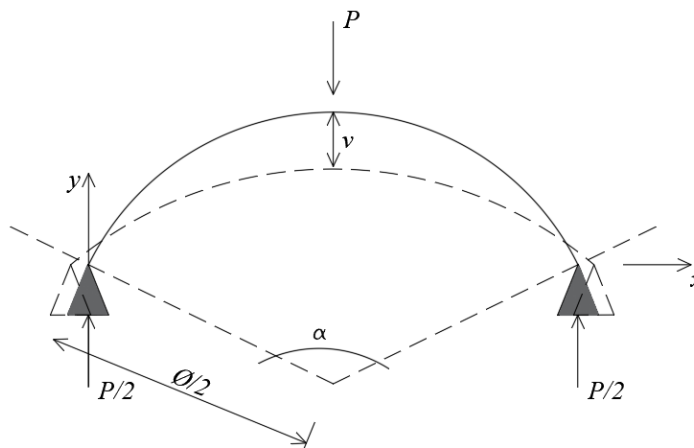


Figura 3.5 – Apresentação de variáveis adaptadas aos arcos isostáticos

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M_{máx}(x)}{E \cdot I_x \cdot \cos \alpha} \quad \text{Equação 3.7}$$

Onde:

$I_x$  corresponde ao momento de inércia em torno do eixo  $x$  da seção transversal;

$E$  é o Módulo de Elasticidade do material;

$\alpha$  é o ângulo interno do arco;

A partir da última equação apresentada, e observando a Figura 2.25, que define o método do ensaio de 3 pontos em arco proposto por Brune *et al.* (2013), é possível

deduzir a Equação 3.8 que determina a equação de momentos fletores para o ensaio proposto. Aplicando-a na Equação 3.7 e integrando, obtém-se a Equação 3.9, que governa o deslocamento vertical. Sendo este conhecido e já medido pela prensa, a incógnita da equação torna-se o Módulo de Elasticidade obtido através da Equação 3.10.

$$M_{m\acute{a}x}(x) = -\frac{P_{m\acute{a}x}}{2} \cdot \frac{\phi}{2} \quad \text{Equação 3.8}$$

$$v = \frac{P \cdot \phi^3}{48 \cdot E \cdot I \cdot \cos \alpha} \quad \text{Equação 3.9}$$

$$E = \frac{P \cdot \phi^3}{48 \cdot v \cdot I \cdot \cos \alpha} \quad \text{Equação 3.10}$$

A Equação 3.11 é obtida ao se tratar de arcos semicirculares cujo ângulo  $\alpha$  culmina em 180°.

$$\varepsilon_x = \frac{M \cdot y}{E \cdot I} \quad \text{Equação 3.11}$$

### 3.3.2. Tensões Residuais

As tensões residuais para concretos reforçados com fibras de aço são obtidas através da medição do CMOD. A metodologia de Brune *et al.* (2013) para os concretos romanos (sem fibras de aço) utiliza a mesma metodologia proposta em RILEM TC 162-TDF (2002). Porém, a RILEM TC 162-TDF (2002) assim como NBR 16940 (ABNT, 2021) e EN14651 (2007) referentes ao CRFA permitem correlação direta entre CMOD e deslocamento vertical através da Equação 2.7. Essa correlação, entretanto, como cita a NBR 16940 (ABNT, 2021), é válida para corpos de prova com altura de 150 mm. Mesmo os códigos normativos possibilitando a aplicação dos ensaios em elementos de seção 100 mm x 100 mm, não existem recomendações oficiais para medição indireta das tensões residuais convertendo deslocamento vertical em CMOD.

Como o ensaio para arcos tende a ser mais rígido do que os ensaios em prismas entalhados devido ao vão menor e à forma do corpo de prova, será utilizada a relação geométrica da fissuração proposta por Barr *et al.* (2003) entre CMOD e deslocamento vertical na linha de carga para espécimes dada na Equação 3.16 obtida conforme demonstram as equações 3.12 a 3.15.

A relações trigonométrica do triângulo formado pelo deslocamento vertical e metade do vão da viga mostrada na Figura 3.6 é prescrita pela Equação 3.12. O triângulo formado pela metade da fissura possui relação regida pela Equação 3.13. Ao igualar ambas as equações, obtemos a relação apresentada na Equação 3.14. Para Corpos de prova normatizados (prismáticos), com dimensões descritas na Figura 2.16.

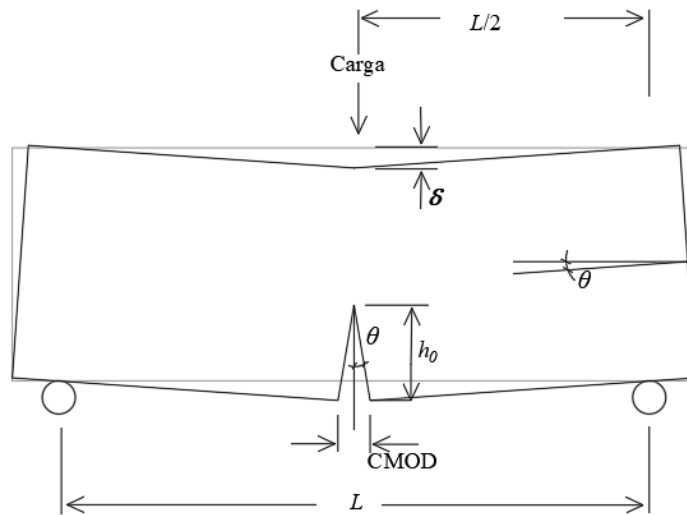


Figura 3.6 – Relações geométricas teóricas do prisma entalhado fissurado segundo Barr *et al.* (2003)

$$tg(\theta) = \frac{\delta}{\frac{L}{2}} \quad \text{Equação 3.12}$$

$$tg(\theta) = \frac{\frac{CMOD}{2}}{h_0} \quad \text{Equação 3.13}$$



$$\frac{\delta}{\frac{L}{2}} = \frac{\frac{CMOD}{2}}{h_0} \quad \text{Equação 3.14}$$

$$\delta = \frac{CMOD \cdot L}{4 \cdot h_0} \quad \text{Equação 3.15}$$

Porém, como cita Barr *et al.* (2003), as fissuras atingem o topo dos corpos de prova logo após o início da fissuração. Assim, a Equação 3.16 é adaptada para o que é apresentado na Figura 3.7.

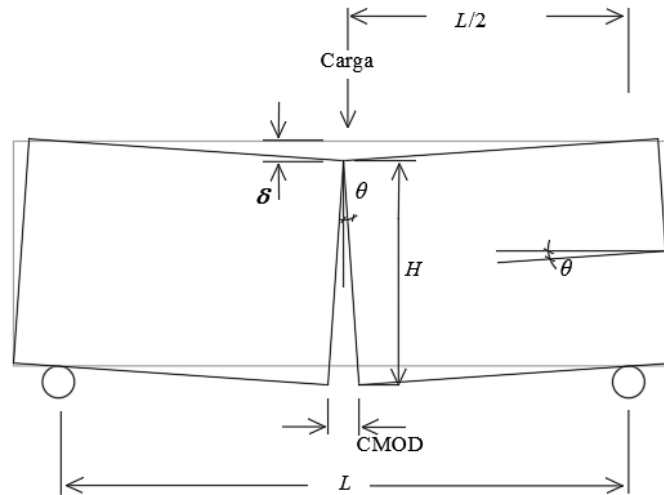


Figura 3.7 – Geometria do prisma entalhado fissurado após os primeiros passos de carga segundo Barr *et al.* (2003)

$$\delta = \frac{CMOD \cdot L}{4 \cdot H} \quad \text{Equação 3.16}$$

Uma observação cabível é que a equação proposta por Barr *et al.* (2003), se utilizada da forma como proposta, considera que a fissura inicia sua propagação e abertura desde os primeiros passos de carga, sendo a abertura da fissura (CMOD) zero apenas quando a flecha também é zero e sabe-se que isso não ocorre. Assim, esse equacionamento será proposto alterado em momento conveniente neste trabalho a fim de propor um ponto de flecha que corrija este desvio conceitual da equação proposta por Barr *et al.* (2003). **A Erro! Autoreferência de indicador não válida.**

apresenta a comparação entre a equação proposta pelos códigos normativos e pelo método de Barr *et al.* (2003) diferença obtida para cada método.

Tabela 3.2 – Comparação de  $\delta$  em relação ao CMOD proposto pelos códigos normativos e por Barr *et al.* (2003)

CMOD (mm)	$\delta$ (mm)		Dif. (%)
	Normas <sup>1</sup>	Barr <i>et al.</i> (2003)	
0,5	0,47	0,42	10,4%
1,5	1,32	1,25	5,3%
2,5	2,17	2,08	4,0%
3,5	3,02	2,92	3,4%

<sup>1</sup> - RILEM TC 162-TDF (2002), NBR 16940 (ABNT, 2021) e EN14651 (2007)

Devido ao desvio ser julgado não muito elevado e, diferente dos códigos normativos, Barr *et al.* (2003) provê forma de obtenção das tensões residuais para arcos e peças de outras dimensões. Assim, os valores de  $\delta$  convertidos para cada valor de CMOD para arcos e foi utilizado nesse trabalho através de uma adaptação mostrada na Figura 3.7, utilizando prismas Dd3 com vão  $L=200$  mm e altura da seção transversal igual a  $H=100$  mm, analogamente a metodologia de Barr *et al.* (2003), resultando em  $\delta_1=0,25$  mm,  $\delta_2=0,75$  mm,  $\delta_3=1,25$  mm,  $\delta_4=1,75$  mm.

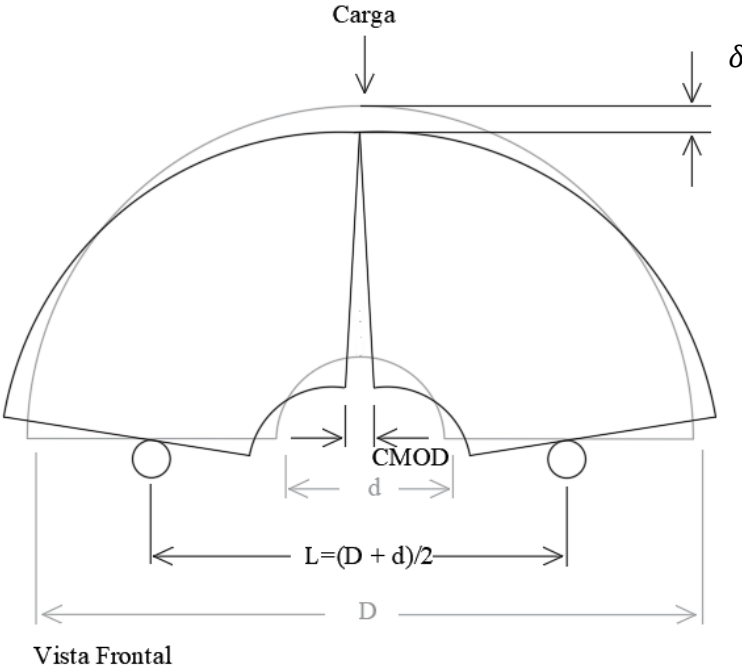


Figura 3.8 – Relações geométricas teóricas do prisma entalhado fissurado segundo Barr *et al.* (2003)

Martin (2015) avaliou a proposta de Barr *et al.* (2003) para concretos com e sem fibras de aço com corpos de prova de geometria proposta por RILEM TC 162-TDF (2002) medindo simultaneamente o deslocamento vertical e a abertura da fissura (CMOD) concluindo que para diferentes taxas de fibra, a relação  $\delta$ -CMOD sofre alterações e propôs as equações 3.17 e 3.18 para conversão dos valores indiretos de CMOD para concretos com 0,5% e 1,0% de fibras respectivamente. Tabela 3.3 resume os resultados de Martin (2015) para os concretos com fibras estudados pelo autor.

$$\delta_{0,5} = 0,67 \cdot CMOD + 0,28 \quad \text{Equação 3.17}$$

$$\delta_{1,0} = 0,78 \cdot CMOD + 0,28 \quad \text{Equação 3.18}$$

Tabela 3.3 – Comparação de  $\delta$  em relação ao CMOD proposto pelos códigos normativos e por Martin *et al.* (2015)

CMOD (mm)	$\delta$ (mm)			Dif. (%)	
	RILEM	Martin <i>et al.</i> (2015)			
		$C_f=0.5\%$	$C_f=1.0\%$	$C_f=0.5\%$	$C_f=1.0\%$
0,5	0,47	0,62	0,68	33,3	45,2
1,5	1,32	1,29	1,46	-2,0	10,9
2,5	2,17	1,96	2,24	-9,6	3,5
3,5	3,02	2,63	3,02	-12,9	0,3

<sup>1</sup> - RILEM TC 162-TDF (2002), NBR 16940 (ABNT, 2021) e EN14651 (2007)

Entretanto, as relações de conversão propostas por Martin *et al.* (2015) apenas são válidas para espécimes normatizados. Por não prover método de conversão das relações geométricas para um corpo de prova diferente dos já utilizados, essas equações não possibilitam o uso nas seções transversais propostas nesse trabalho. Porém, a faixa de diferença entre Martin *et al.* (2015) e Barr *et al.* (2003) para as recomendações dos códigos normativos não distam de forma exagerada, sendo Barr *et al.* (2003) mais próximo dos valores normativos para os valores de CMOD analisados. Ainda, a equação proposta por Barr *et al.* (2003) aponta início da fissuração juntamente com o início da carga, fato observável pela ausência de um

termo independente na equação. Esse fato incorre num desvio entre teoria e realidade, já que o concreto possui resistência à tração, mesmo que baixa, e não fissura com cargas que imprimam tensões inferiores a essa resistência. A equação precisa de correção.

### 3.4. VARIÁVEIS INFLUENTES NO ENSAIO

As variáveis a serem verificadas serão a influência da relação de diâmetros interno e externo do arco, a validade da aplicação em concretos reforçados com fibras de aço (CRFA) e a definição dos coeficientes de correlação deste ensaio com os diversos outros ensaios normatizados para resistência à tração e módulo de elasticidade.

#### 3.4.1. Velocidade De Ensaio Proposta para concretos sem fibra

A fim de verificar a influência da velocidade de ensaio em concretos com fibra em forma de arco, serão realizados testes utilizando velocidades de ensaio diferentes. A Tabela 3.4 apresenta a velocidade de ensaio para obtenção de resistência à tração e módulos de elasticidade propostos por diversas referências. As velocidades apresentam certa repetição para cada grupo de dados obtidos através deles.

Tabela 3.4 – Velocidade de alguns ensaios padronizados para concreto sem fibra

Dado Medido	Autor/Norma	Velocidade	Unidade	Dado de controle da prensa
Resistência à Tração	NBR 7222 <sup>1</sup>	0,050 +/- 0,010	MPa/s	Aplicação de Carga
	NBR 12142 <sup>1</sup>	0,017 +/- 0,002	MPa/s	Aplicação de Carga
	ASTM C-293 <sup>1</sup>	0,017 +/- 0,002	MPa/s	Aplicação de Carga
	ASTM C-78 <sup>1</sup>	0,017 +/- 0,002	MPa/s	Aplicação de Carga
Módulo de Elasticidade	NBR 8522 <sup>1</sup>	0,45 +/- 0,15	MPa/s	Aplicação de Carga
	ASTM C-469 <sup>1</sup>	0,45 +/- 0,15	MPa/s	Aplicação de Carga
Energia de fratura	ASTM E-339	0,6 +/- 0,4	kN/s	Aplicação de Carga
	Ferreira (2019)	1,02 +/- 0,68	kN/s	Aplicação de Carga
	Chong & Kuruppu (1984)	0,0034	mm/s	CMOD

<sup>1</sup> - O incremento de carga a ser aplicado deve ser convertido em incremento de tensão com base na geometria do corpo de prova.

Os ensaios de resistência à tração na flexão indicam as mesmas velocidades de aplicação de carga, destoando do ensaio de compressão diametral que ocorre a uma

velocidade bem mais elevada assim como os ensaios de Módulo de Elasticidade. Para energia de fratura, são controlados a velocidade de CMOD e de carga. Convertendo a recomendação de Ferreira (2019) para geometria do arco Dd4, culmina em uma velocidade de ensaio de 0,53 MPa/s e 0,25 MPa/s para a conversão do que sugere a ASTM E-339. Assim, são aplicações rápidas de carga quando comparados aos ensaios de tração na flexão propostos pela NBR 12142, ASTM C-293 e ASTM C-78.

Serão testadas as velocidades definidas para ensaios de tração na flexão ( $0,017 \pm 0,002$ ) por ser um ensaio semelhante ao ensaio proposto em arcos e será verificado uma velocidade relativa a metade da velocidade proposta pelos códigos normativos vigentes para verificação da influência desse fator nos resultados medidos. Como forma de comparação, também serão feitos ensaios em corpos de prova cilíndrico para medição de módulo de elasticidade e de resistência à tração por compressão diametral para comparação com os resultados medidos no ensaio de tração na flexão de arcos.

## **4. PROGRAMA EXPERIMENTAL**

### **4.1. ESPAÇO AMOSTRAL**

A proposta de verificação do intervalo de validade do ensaio baseia-se em dividir sua compreensão em duas áreas. A primeira, busca avaliar a validade dos ensaios em arco comparando seus resultados com ensaios já normatizados como o ensaio de tração na flexão em 3 pontos, e o ensaio de compressão diametral. Porém, os resultados dos espécimes dos ensaios já padronizados serão utilizados como referência sobre a proximidade dos dados dos ensaios em arco.

Foram elaborados corpos de prova em séries de três faixas de resistência (S1, S2 e S3), sendo 14 arcos para cada série, totalizando 42 arcos. Foram moldados também 27 corpos de prova cilíndricos para compressão diametral e igual quantidade utilizada para ensaios de módulo de elasticidade e compressão diametral. Foram moldados 27 prismas para ensaios de flexão em 3 pontos, totalizando 132 elementos.

Os corpos de prova em arco (14 para cada série de resistência), foram divididos em dois grupos. Um para ensaio à velocidade padronizada pela ASTM C293 (0,017 MPa/s) e outra para ensaios à metade dessa velocidade (0,008 MPa/s). Essa separação visa avaliar se o ensaio é sensível à velocidade de aplicação de carga e se ocorre alteração nos valores resposta para a caracterização dos materiais.

Devido a simplificação para o estudo em questão, os corpos de prova não foram extraídos de estruturas existentes pela ausência destas executadas em CRFA na região. Foram, então, moldados os espécimes. Cada uma das três séries foi moldada com arcos Dd4 para determinação do comportamento e resposta de cada forma ao ensaio. Os resultados foram comparados entre si e com espécimes de flexão em 3 pontos e compressão diametral. As séries de mistura foram dosadas com resistência média à compressão iguais a 23,1 MPa, 27,7 MPa e 38,4 MPa, sem adições ou aditivos que alterem a interface fibra-matriz, já que as mesmas faixas de resistência foram dosadas para CRFA.

A decisão de dimensões dos arcos é baseada na combinação de brocas comerciais de 50 mm, 100 mm, 200 mm e 300 mm, de maneira a variar a relação  $D/d$  em 1

unidade para cada combinação. Assim, a ductilidade é variada e como resultado, será buscada a melhor combinação a ser prescrita para os arcos quando comparados os resultados obtidos nos demais ensaios.

Após avaliados os parâmetros de relação entre raios ( $D/d$ ), velocidade de aplicação de carga e forma do diagrama tensão-deformação (comportamento simplificado à flexão linear-elástico), foram então moldados arcos com taxas de fibras de aço 0,2% ( $\approx 16 \text{ kg/m}^3$ ), 0,5% ( $\approx 40 \text{ kg/m}^3$ ) e 1% ( $\approx 80 \text{ kg/m}^3$ ) a fim de avaliar a influência do acréscimo de fibras dobrando (aproximadamente) os volumes a cada taxa. Lim & Oh (1999), ACI 544.1R (2009) e Lima (2012) divergem sobre o ganho de resistência do concreto à compressão, porém todos os autores são enfáticos ao afirmar que as alterações são mínimas e a função do acréscimo de fibras de aço no concreto não é o objetivo. Autores como Lobão (2005) e Wang (2010) expressam com clareza que é ao comportamento pós-fissuração à tração que a fibra é eficientemente ativada. Moraes Neto *et al.* (2013) explica que existem os comportamentos do tipo *hardening* e *softening* pós-fissuração. O comportamento *softening* concentra a fissura em uma única abertura enquanto o comportamento *hardening* espalha a fissura como mostra a Figura 4.1.

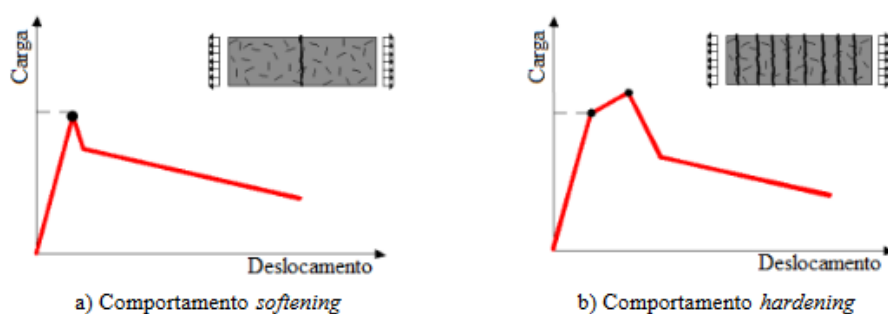


Figura 4.1 – Padrão de fissuração *Softening* e *Hardening*

A mudança do comportamento dá-se, principalmente, pelas relações entre a tensão residual anterior e posterior à fissura. Moraes Neto *et al.* (2013) cita que o principal fator influente no comportamento são o consumo de fibra ( $C_f$ ) e o fator de forma ( $l_f/d_f$ ). Assim sendo, comparando com os bancos de dados de Barros (1995) e Moraes Neto *et al.* (2013), observa-se que taxas de fibra maiores que 1% induzem a comportamentos próximos do limiar *softening-hardening*. Dessa forma, foi escolhido o consumo de 0,2% devido a ser um dos volumes mais baixos do banco

de dados utilizado como parâmetro, sendo a faixa de consumo mais baixa dos bancos de dados dos autores que propuseram equações de predição. Taxas maiores que 1% são inexistentes nos bancos de dados destes mesmos autores, e o uso de faixas acima desse valor invalidariam as comparações.

Tabela 4.1 – Tabela resumo de ensaios e quantidades de corpos de prova

Concreto	Série	Forma	Qtdd.	Total de Amostras
Convencional	S1	Arcos Dd4 – Flexão em 3 pontos	14	132
		Cilíndrico - Compressão diametral	9	
		Cilíndrico - Compressão Axial	9	
		Cilíndrico - Módulo de Elasticidade	9	
		Prismático - Flexão 3 pontos	9	
	S2	Arcos Dd4 – Flexão em 3 pontos	14	
		Cilíndrico - Compressão diametral	9	
		Cilíndrico - Compressão Axial	9	
		Cilíndrico - Módulo de Elasticidade	9	
	S3	Arcos Dd4 – Flexão em 3 pontos	14	
		Cilíndrico - Compressão diametral	9	
		Cilíndrico - Compressão Axial	9	
		Cilíndrico - Módulo de Elasticidade	9	
CRFA	S1	Arco Dd3-S1-0.2 – Flexão em 3 pontos	9	108
		Arco Dd3-S1-0.5 – Flexão em 3 pontos	9	
		Arco Dd3-S1-1.0 – Flexão em 3 pontos	9	
		Compressão Axial	9	
	S2	Arco Dd3-S2-0.2 – Flexão em 3 pontos	9	
		Arco Dd3-S2-0.5 – Flexão em 3 pontos	9	
		Arco Dd3-S2-1.0 – Flexão em 3 pontos	9	
		Compressão Axial	9	
	S3	Arco Dd3-S3-0.2 – Flexão em 3 pontos	9	
		Arco Dd3-S3-0.5 – Flexão em 3 pontos	9	
		Arco Dd3-S3-1.0 – Flexão em 3 pontos	9	
		Compressão Axial	9	

#### 4.2. DOSAGEM



As dosagens foram feitas com brita 0 como agregado graúdo, apresentando diâmetro máximo de 9,5 mm, areia média com módulo de finura de 2,28. Foram utilizadas fibras hooked-end Dramix 3D 80/60 com  $l_f=60$  mm e  $d_f=0,75$ mm. As proporções de mistura são apresentadas na Tabela 4.2 para concretos sem fibra (convencionais) e na Tabela 4.3 para os ensaios em espécimes com CRFA.

Tabela 4.2 – Tabela resumo de materiais para concretos convencionais

Materiais	Série		
	S1	S2	S3
Cimento (kg/m <sup>3</sup> )	380,0	430,0	460,0
Areia (kg/m <sup>3</sup> )	960,3	1011,1	1015,5
Brita (kg/m <sup>3</sup> )	818,1	849,3	841,5
água (L)	190,0	215,0	230,0
Fator a/c	0,5	0,5	0,5

Tabela 4.3 – Tabela resumo de materiais para CRFA

Materiais	Série								
	S1			S2			S3		
	$C_f=0,2\%$	$C_f=0,5\%$	$C_f=1,0\%$	$C_f=0,2\%$	$C_f=0,5\%$	$C_f=1,0\%$	$C_f=0,2\%$	$C_f=0,5\%$	$C_f=1,0\%$
Cimento (kg/m <sup>3</sup> )	385	385	385	435,0	435	435	465	465	465
Areia (kg/m <sup>3</sup> )	970,5	970,5	970,5	1025	1025	1025	1033,3	1033,3	1033,3
Brita (kg/m <sup>3</sup> )	841	841	841	836	836	836	853	853	853
água (L)	192,5	192,5	192,5	217,5	217,5	217,5	232,5	232,5	232,5
Fator a/c	16	40	80	16	40	80	16	40	80
Cimento (kg/m <sup>3</sup> )	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

## 5. PROGRAMA COMPUTACIONAL

A finalidade do programa computacional neste trabalho foi a compreensão do campo de tensões principais e a verificação da mudança de comportamento do elemento testado quando sujeito a cargas aplicadas com e sem a chapa de aço na base. Para isso, os espécimes foram modelados em *software* computacional com janela exclusiva para a modelagem do concreto em situação de não-linearidade física (NLF) e geométrica (NLG).

### 5.1. ABAQUS/CAE

Como ferramenta computacional, foi utilizado o *software ABAQUS CAE* na sua versão 2020 para modelagem dos diversos elementos de simulação computacionais para comparação com diversos outros trabalhos já elaborados na área a fim de parametrizar os resultados e partir, com parâmetros definidos, para as análises desse trabalho.

### 5.2. TIPO DOS ELEMENTOS FINITOS

A fim de simular a execução real do ensaio e computacionalmente os efeitos na estrutura, foram utilizados elementos finitos do tipo sólido para modelagem do concreto da e elementos de tridimensionais para modelagem do arco. Os elementos sólidos são caracterizados pela existência de 8 nós, com 3 graus de liberdade por nó, denominado *C3D8*. Não serão modelados roletes ou outros materiais que não os arcos e chapas de apoio. Todo deslocamento ou carga será aplicado diretamente ao corpo de prova.

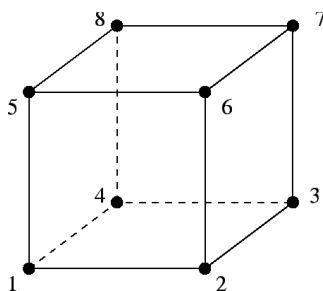


Figura 5.1 – Figura definindo o elemento *C3D8*

### 5.3. MODELOS CONSTRUTIVOS PARA OS MATERIAIS

Os modelos construtivos visam alimentar o *software* com os parâmetros necessários para obtenção dos resultados desejados. Evita-se, assim, a alimentação do *software* com dados desnecessários que dariam respostas não convenientes ao trabalho. Por isso, as propriedades alimentadas no *ABAQUS/CAE* visaram obter respostas que considerem somente dados mecânicos com base no módulo de elasticidade, e na não-linearidade física a partir das teorias de dano para o concreto.

#### 5.3.1. Propriedades Elásticas

Os modelos elásticos são implementados no programa através da janela *Elastic* onde são solicitados o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. Foi utilizado o valor médio de resistência à compressão do concreto para a Série Experimental de menor resistência sem fibras desse trabalho. O coeficiente de Poisson de 0.2.

#### 5.3.2. Modelo Plástico do Concreto – *Concrete Damage Plasticity* (CDP)

Os concretos dos corpos de prova foram modelados a fim de definir numericamente um diagrama aproximado do diagrama tensão-deformação não-linear com dano plástico pelo modelo CDP (*Concrete Damage Plasticity*) disponível em janela dedicada no *ABAQUS/CAE*. Esse modelo foi definido por Lubliner *et al.* (1989) e permitiu caracterização com condições da rigidez após o ponto de tensão máxima (*Yield Stress*). Os mecanismos de ruptura considerados foram a fissuração por tração e esmagamento por compressão com característica uniaxial por tração e plasticidade na compressão.

Os parâmetros requeridos pelo *ABAQUS* referentes ao trecho não-linear do concreto que inicia após determinações normativas na compressão e à tração plástica são o ângulo de dilatação ( $\Psi$ ) definido com o valor de  $37^\circ$  que é o valor indicado por Sumer & Aktas (2015), excentricidade ( $m$ ) com o valor de 0,1 com base nos estudos de Sarturi (2014), razão entre as resistências nos estados biaxial e uniaxial ( $f_{b0}/f_{c0}$ ) definido por Sarturi (2014) e Birtel & Mark (2006) com o valor de 1,16, razão entre o variante do tensor desviador no plano meridiano de tração pelo de compressão ( $K$ ) com o valor de  $2/3$  com base nos estudos de Sarturi (2014) e o parâmetro de

viscosidade é definido em diversos estudos como Sarturi (2014), Birtel & Mark (2006) e Sumer & Aktas (2015) como devendo ser um valor bastante menor do que 1, porém superior a zero, neste trabalho foi arbitrado o valor de 0,005.

### 5.3.3. Modelo de dano do concreto

A teoria da plasticidade estuda o comportamento dos materiais em níveis de formulações onde decorrem deformações residuais significativas, o que não se verifica na Lei de Hooke, o que torna, devido aos vários aspectos da deformação plástica, mais difícil de prever do que o comportamento elástico (DIETER, 1996).

Os critérios adotados pela teoria da plasticidade buscam considerar a forma como os materiais atingem estados de plastificação ou até mesmo comportamento elasto-plástico através da busca dos mecanismos descrevendo as leis constitutivas desse efeito, aproximando assim o comportamento matemático do comportamento real dos materiais, já que é sabido que o escoamento não é, necessariamente, o ponto de ruptura dos materiais, mas, apenas a perda de correspondência linear entre a tensão e a deformação causada.

Lubliner *et al.* (1989) cita que a teoria da plasticidade corresponde a uma necessária extensão da teoria da elasticidade por estudar o comportamento dos materiais a nível de deformações em que já não se verifica a lei de Hooke. As formulações matemáticas da teoria da plasticidade devem contemplar diversos aspectos da teoria da deformação plástica, o fenômeno do encruamento, histerese elástica, efeito de Bauschinger e todos estes aspectos que impõem uma considerável complexibilidade matemática em sua descrição. É uma ciência experimental, com uso contínuo de computadores e sua difusão aliada à aplicação dos conhecimentos teóricos, ferramentas atualmente fundamentais para a solução dos problemas que envolvem deformações plásticas.

Além das propriedades não-lineares descritas experimentalmente e aproximados pelos códigos normativos a fim de prover descrição genérica para um concreto de tensão máxima de compressão desejada, o concreto também não possui comportamento igual para tração e compressão. Os códigos normativos apresentam isotropia limitada para o concreto até sua tensão última resistente a tração. Após

isso, o material fissa e resiste apenas a compressão zerando sua resistência à tração.

De forma semelhante, o concreto sob compressão sofre diversas microfissuras e apresenta redução na taxa de crescimento da tensão por unidade de deformação até que começa o processo denominado *stiffening*, onde o material começa a reduzir a capacidade de absorção de tensões e continua deformando-se. Esse fenômeno é caracterizado como esmagamento por compressão.

Tanto a ruptura por tração quanto o esmagamento por compressão precisam ser implementados e matematicamente descritos de forma a, em algum momento, descrever perda de resistência do material frente aos esforços solicitantes. Em ensaios cíclicos de compressão e descompressão contínuos, o concreto apresentar comportamento de endurecimento (*hardening*) que é o ganho de resistência nos primeiros estágios de compressão e descompressão desde que as tensões aplicadas sejam inferiores à tensão máxima resistente ( $f_c$ ). A cada ciclo de recompressão pós deformação, avançando o passo de carga, o concreto sofre diminuição do valor do módulo de elasticidade e ao ser descomprimido, mantém deformação residual. Essa redução do valor do módulo de elasticidade (o valor diferencial entre o módulo antes da deformação residual e o módulo de elasticidade pós-deformação) é denominado *dano*.

O processo de alteração do módulo de elasticidade é mostrado na Figura 5.2. O primeiro passo do ensaio (a) comprime o concreto até o ponto A e descomprime restando a deformação permanente B e um módulo de elasticidade  $E_0$ . O segundo passo do ensaio (b) comprime novamente o corpo de prova até a tensão referente ao ponto C e descomprime restando a deformação permanente D e tendo o módulo de elasticidade  $E_1$ , tendo, assim, causado uma deformação plástica diferencial  $\overline{BD}$ . Com os sucessivos passos do ensaio, o fenômeno se repete, mas, o dano causado continua medindo outras deformações residuais, alteração no módulo de elasticidade e medindo tensões menores a cada tensão máxima de cada intervalo de compressão e descompressão.

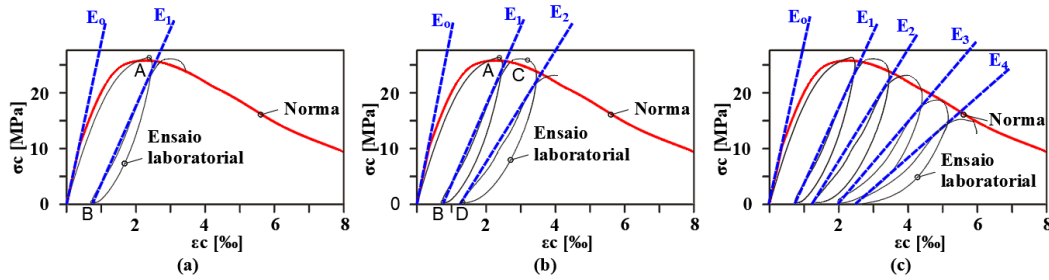


Figura 5.2 – Processo de mudança do módulo de elasticidade em ensaio cíclico.

Devido a necessidade de matematizar o dano do material, é preciso, através do diagrama tensão-deformação, compreender as parcelas envolvidas no processo. Essa discretização parte da identificação dos valores e conceituação de seus campos de atuação no diagrama. Dessa forma, avançando o diagrama a um passo de ensaio mais longo do que a tensão máxima e, cessando a carga durante o processo decrescente de absorção de tensões, no caso de não-existência de dano na peça, o comportamento do gráfico seria de retorno linear elástico conforme a elasticidade natural inicial do material. Conforme é mostrado na Figura 5.3.

Essa característica só é possível para peças não danificadas devido a não-redução da sua elasticidade conforme mostrado na Figura 5.2. O dano sofrido pelo material, então, obriga o gráfico a retroceder para deformações permanentes anteriores à deformação  $\epsilon_c^{in}$ . Esse retorno de deformação permanente mais acentuado dá-se pela característica de distribuição de fissuras estudada pela Mecânica do Dano dos Meios Contínuos, onde as fissuras localizam-se de forma mais espalhada internamente no material e facilitam a recuperação do material, mas, já danificado, com alteração de sua propriedade elástica.

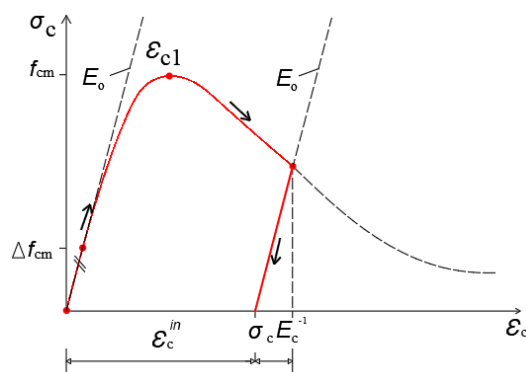


Figura 5.3 – Diagrama tensão-deformação para peças sem efeito de dano.

O dano no concreto com retorno elástico inicial natural é uma característica dos materiais íntegros. As fissuras uniformemente distribuídas em uma peça são explicadas por Sarturi (2014) como configuradas na Figura 5.4 como uma configuração danificada devido a abertura dos defeitos pré-existent dos materiais, sendo  $\Delta d$  o dano sofrido. Assim, o dano ( $\Delta d$ ) pode ser resumido como um comprimento total concentrado do dano sofrido pelo material com a abertura dos defeitos. Ou, o somatório das aberturas dos defeitos distribuídos no material. Essa abordagem apresentada por Sarturi (2014) foi inicialmente trabalhada por Proença (2000) que compôs o dano estudado em uma parcela acumulada e, dessa forma, manteve o efeito estudado de forma acumulada sem descaracterizar a mecânica do contínuo aplicando a mecânica do dano ao estudo. Assim, nenhum dos campos de estudo foi infringido.

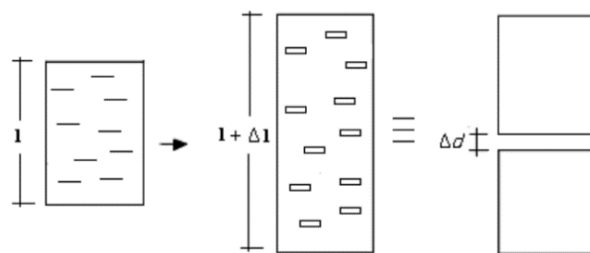


Figura 5.4 – Modelo de estudo do acréscimo de comprimento das peças devido a abertura dos defeitos (modelo sob tração).

Com o modelo apresentado por Sarturi (2014) resumindo os estudos de Proença (2000), Besson (2010) extrapolou o conceito mostrado na Figura 5.3 aplicando-o à o que a Figura 5.2 mostra, definindo finalmente o diagrama tensão-deformação para sólidos danificados. Esse diagrama considera o efeito do dano como uma componente parcial do alongamento da peça. Há de ser considerado que, para o comprimento final  $l + \Delta l$ , o alongamento  $\Delta l$  é composto de duas parcelas: Alongamento por elasticidade  $\Delta l_{real}$  e parcela de dano  $\Delta d$ . Assim, fica caracterizado o diagrama apresentado na Figura 5.5.

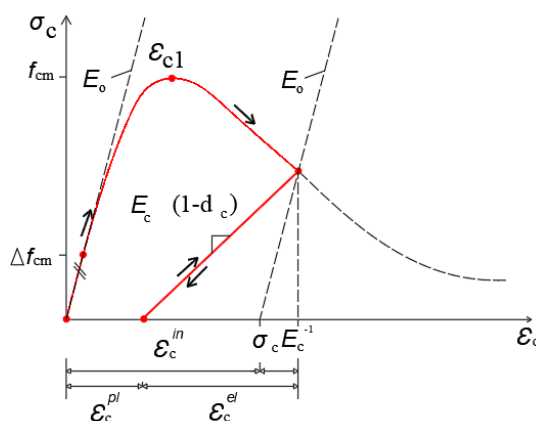


Figura 5.5 – Diagrama tensão-deformação para sólidos danificados.

Sob compressão, o concreto fissa-se pelo esmagamento das suas imperfeições (poros) e sob tração, pela ruptura da matriz. Suas tensões características a compressão e tração são diferentes. É considerado um material anisotrópico, mas, que no início de ambas as deformações, possui mesmo módulo de elasticidade.



Portanto, ainda não submetido a qualquer esforço, duas amostras idênticas teriam, teoricamente, um sob tração e outro sob compressão, mesmo módulo de elasticidade.

Sob tração, os concretos apresentam comportamento linear até a perda de resistência. Chaudhari & Chakrabarti (2012) utilizam-se do diagrama adotado pelo manual do usuário do *ABAQUS*, versão 6.10, em seu estudo, mostrado na Figura 5.6. Alfarah *et al.* (2017) assume que o diagrama utilizado deve traduzir em termos práticos o comportamento do concreto assume uma curva de decaimento da resistência e uma deformação gradual até a falha completa como mostrado na Figura 5.7. Com a atualização do manual do usuário do *Software ABAQUS*, foi, para a versão 2016, última versão do manual lançada pela *Dassault Systemès*, detentora dos direitos autorais do *software*, o diagrama utilizado por Chaudhari & Chakrabarti (2012) foi atualizado para o diagrama utilizado por Alfarah *et al.* (2017) na forma como será utilizado nesse trabalho, adaptando às normas seu conceito.

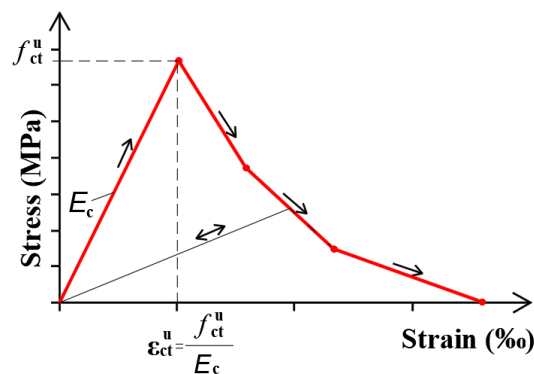


Figura 5.6 – Diagrama tensão-deformação do concreto tracionado.

adaptado de Chaudhari & Chakrabarti (2012).

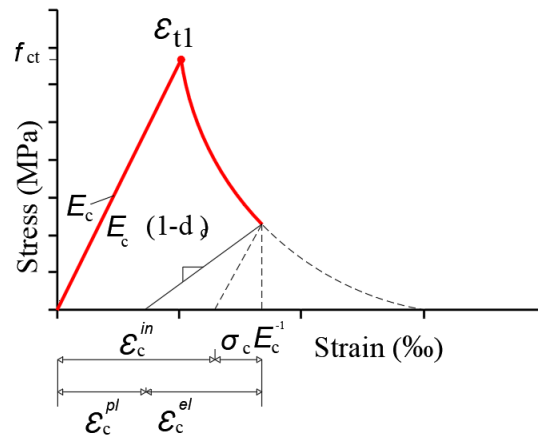


Figura 5.7 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado.

Adaptado de Alfarah *et al.* (2017).

As parcelas de dano precisam ser implementadas de forma igual para todos os modelos e normas para que possam ser comparados resultados entre mesmas condições de trabalho assim como as comparações entre os materiais publicados (diagramas tensão-deformação dos materiais reais e materiais normativos) assim como os diagramas força-deslocamento das peças analisadas (lajes modeladas e peças reais).

Diversas equações foram desenvolvidas para os modelos de dano. Winkler & Stangenberg (2008) apontaram as equações com as quais podem ser obtidas as variáveis de dano  $d_c$  e  $d_t$ . Dois dados ainda não foram apresentados até aqui, os coeficientes  $b_c$  e  $b_t$  que são coeficientes de ajuste para os valores de deformação residual em ensaios cíclicos. Esses coeficientes apresentam-se nas equações de Winkler & Stangenberg (2008) minorando o fator de deformação residual. Assim, é preciso que sejam ajustados conforme estudo do material nos intervalos  $0 < b_c \leq 1$  e  $0 < b_t \leq 1$ . Birtel & Mark (2006) apresentaram o diagrama da Figura 5.8 como representação do efeito para diferentes valores de  $b_c$  e  $b_t$ .

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c \cdot E_0^{-1}}{\varepsilon_c^{ch} \cdot \left( \frac{1}{b_c} - 1 \right) + \sigma_c \cdot E_0^{-1}} \quad \text{Equação 5.1}$$

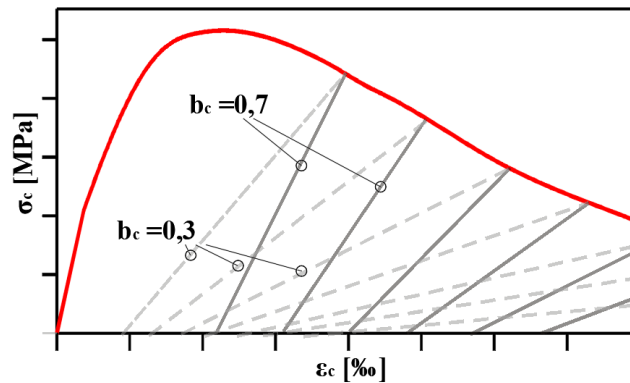


Figura 5.8 – Efeito da mudança dos valores de  $b_c$  para o concreto comprimido.

Birtel & Mark (2006) citam que, experimentalmente, o coeficiente  $b_c = 0,7$  conduz a bons resultados da parcela  $d_c$ . Devido a não existência de descrições de ensaios de carregamento cíclico em nenhum dos estudos analisados, 0,7 será o valor utilizado nesse trabalho a fim de prover para o *ABAQUS* os coeficientes de deformação plástica resultante do dano na determinada janela do *CDP*. De forma análoga, Birtel & Mark (2006) mostram na Figura 5.9 que o coeficiente  $b_t = 0,1$  descreve de forma adequada o comportamento do concreto sob tração.

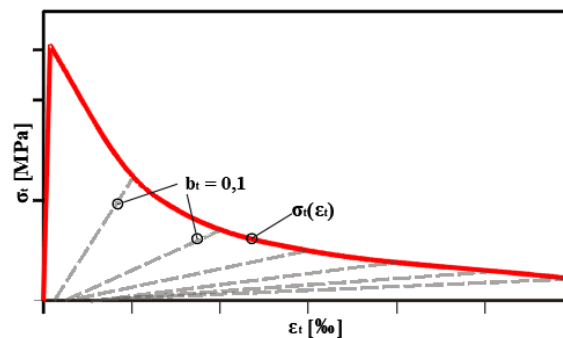


Figura 5.9 – Efeito da mudança dos valores de  $b_t$  para o concreto tracionado.

adaptado de Birtel & Mark (2006).

#### 5.4. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Os dados gerais de entrada são aqueles introduzidos no *software* que caracterizam o método e introduzem os dados necessários para análise de falha, plasticidade e

não-linearidade geral. A Tabela 5.5.1 apresentam os dados gerais de entrada para todas os corpos de prova em arco modelados.

Tabela 5.5.1 - Dados de entrada para o CDP.

Dados de entrada		
$f_c$ (MPa)	23,7	Resistência à compressão característica
$E_c$ (GPa)	23,1	Módulo de elasticidade
$\nu$	0,2	Coefficiente de Poisson
$\psi$	38°	Ângulo de dilatação
$m$	0,1	Parâmetro de excentricidade
$f_{cb}/f_{c0}$	1,16	Razão entre as tensões de escoamento no biaxial e uniaxial
$K$	2/3	Razão entre o segundo invariante do tensor desviador no plano meridiano de tração

## 5.5. MALHA

O método dos elementos finitos trabalha com elementos discretizados em tamanhos convenientemente divididos conforme critérios de escolha baseados no grau de complexibilidade do problema analisado, forma e dimensões das peças verificadas, erro admissível, grau de proximidade dos resultados desejados, tipo de análise a ser feita e tipos de incertezas a serem sanadas.

Quando o nível de análise se torna mais refinado e, muda-se o universo de análise para as interações nas estruturas, deformações ou caminhos de tensões internas em uma peça ou interação entre peças em uma estrutura, as espessuras e dimensões menores das peças tomam proporções mais representativas na dimensão global da análise local. Assim, é necessário que sejam considerados no ambiente da análise e modelados. Isso conduz a análise para considerações mais espaciais e discretizações mais complexas. No método dos elementos finitos, os nós de ligação entre as partes discretas das análises conduzem o refino do resultado. Quanto mais próximos, menores são os erros descritos nas respostas das análises.

Chaudhari & Chakrabarti (2012) conduzem um estudo comparativo entre dois tipos de caracterização das propriedades constitutivas do concreto no *ABAQUS*: *Smeared*

*Crack Model* e o *Concrete Damage Plasticity*. Ambos os métodos de modelagem do material conduziram a análise a resultados com proximidade adequada. Entre as conclusões obtidas, foi apresentada uma sensibilidade acentuada das deformações do modelo *Smeared Crack Model* ao tamanho de malha escolhido. Já quanto ao *Concrete Damage Plasticity*, as alterações nas etapas mais iniciais do diagrama tensão-deformação não apresentaram grandes mudanças com a redução dos tamanhos de malha, mas, o tamanho dos elementos de malha teve papel fundamental na determinação das tensões máximas como é apresentado na Figura 5.10, o que pode conduzir a resultados equivocados.

O tamanho da malha deve ser compatível com o grau de eficácia do experimento real com o qual será comparado. Os resultados experimentais devem conter características semelhantes ao modelo computacional, e guiar a modelagem da forma mais próxima possível fornecendo os dados necessários para implementação dos corretos elementos de contorno e modelagem de formas, materiais e sensibilidade da instrumentação utilizada bem como conhecimento do grau de erro dos equipamentos, métodos e técnicas adotadas para o estudo.

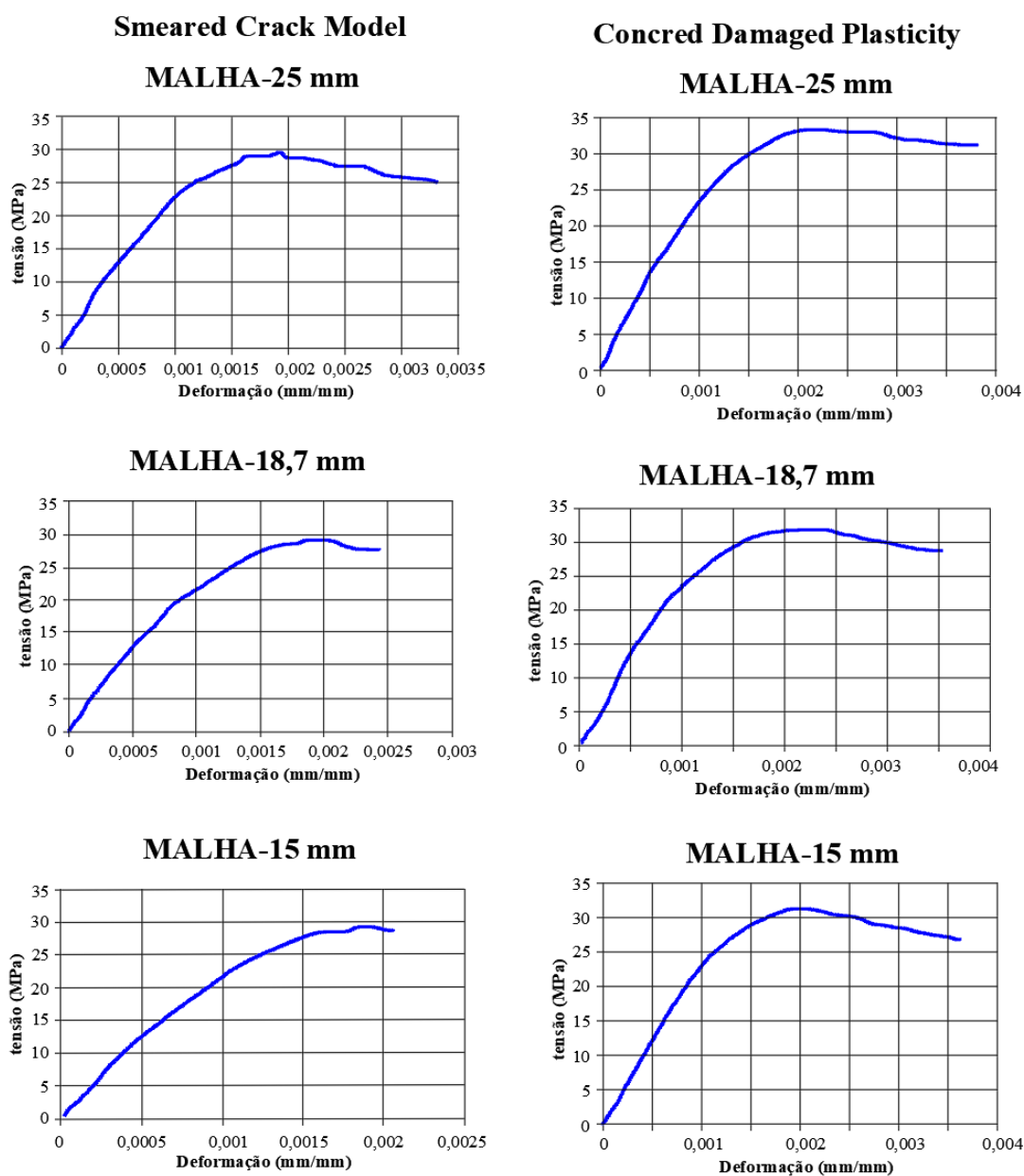


Figura 5.10 – Diagramas tensão-deformação publicados por Chaudhari & Chakrabarti (2012) para o bloco estudado. À esquerda, os diagramas para o *Smeared Crack Model* e à direita, para *Concrete Damage Plasticity*.

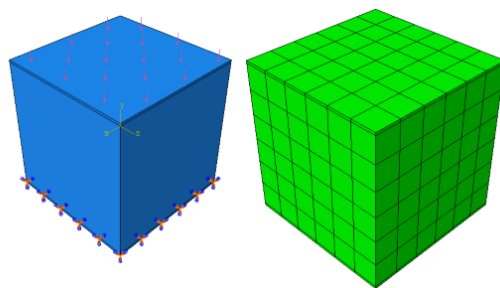


Figura 5.11 – Bloco estudado por Chaudhari & Chakrabarti (2012).

O modelo utilizado para esse trabalho possui duas dimensões máximas: 300 mm e 200 mm. Assim, foi definida malha de dimensão média de 1/10 da maior dimensão geral resultando em uma malha de elementos de 3 mm de lado. A Figura 5.12 mostra os 3 corpos de prova modelados. As figuras 5.13 a 5.15 mostram a distribuição de malha.

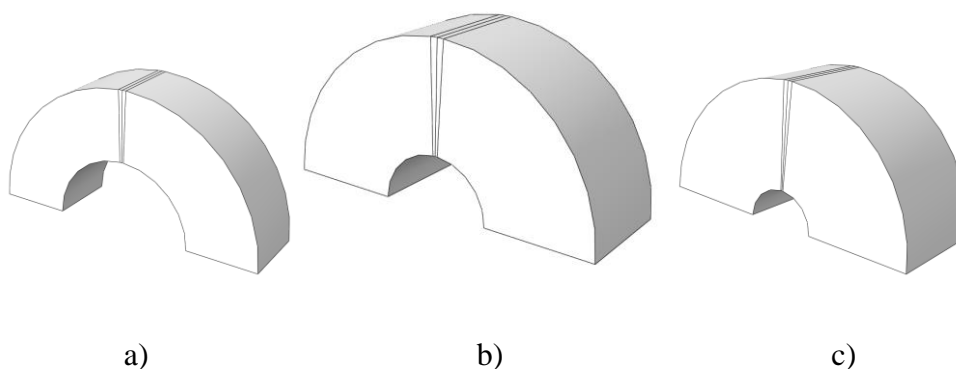


Figura 5.12 – Corpos de prova em arco modelados em 3D: Dd2 (a), Dd3 (b) e Dd3 (c).

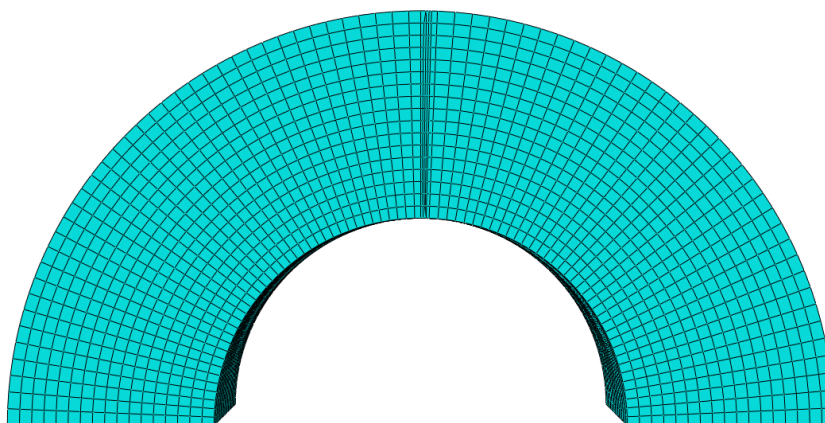


Figura 5.13 –Corpo de prova Dd2 com elementos de malha distribuídos

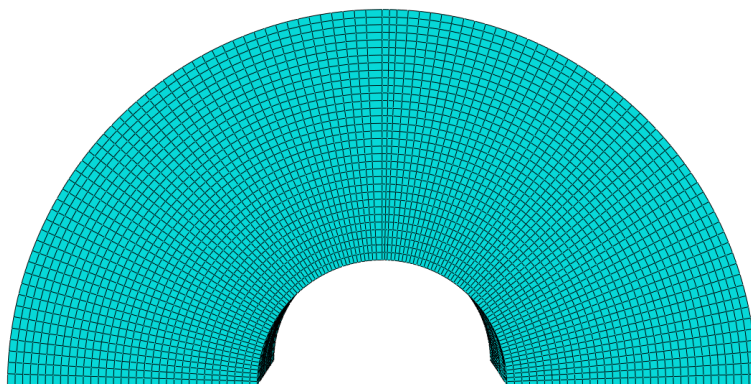


Figura 5.14 –Corpo de prova Dd3 com elementos de malha distribuídos

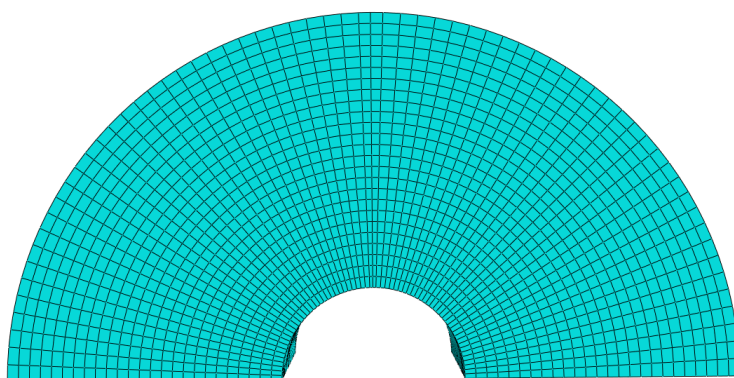


Figura 5.15 – Corpo de prova Dd4 com elementos de malha distribuídos

## 5.6. PROPRIEDADES DE CONTATO

Todos os modelos foram elaborados de forma que a aplicação de carga seja possível de ocorrer diretamente no concreto do arco, evitando a necessidade de imputar propriedade de contato. As faixas que simulam o contato com o atuador de carga e as roldanas de apoio tinham 2 mm de espessura para as bases e 3 mm para o aplicador de carga simulando. Essas espessuras foram arbitradas com base na largura medida do cutelo de aplicação de carga da máquina de ensaio utilizada.



Porém, o *setup* de ensaio de Brune *et al.* (2013) continha uma chapa de aço nas bases dos arcos. Esse modelo utilizou propriedade *hard contact*. Assim, garante-se que os nós dos dois elementos (chapa de aço e arco) não se penetrem. A aderência foi modelada como *tie contact* a fim de garantir igual deslocamento horizontal nos nós de contato dos elementos finitos. As dimensões de ambas as malhas foram arbitradas iguais com a finalidade de garantir nós justapostos.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 6.1. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Os modelos computacionais começaram sendo testados com e sem a chapa de aço na base. O método inicial replicou a condição de ensaio que acoplava uma placa na base dos arcos. A Figura 6.1 demonstra a os espectros de tensão para ambos os experimentos. Fica evidente que a chapa reduz a concentração de tensões de compressão no contato com o apoio e como consequência, melhorou o espalhamento das tensões de compressão na base, reduzindo a concentração das tensões de tração no centro da luz do arco, aumentando o espalhamento das tensões de compressão que geram a tração central.

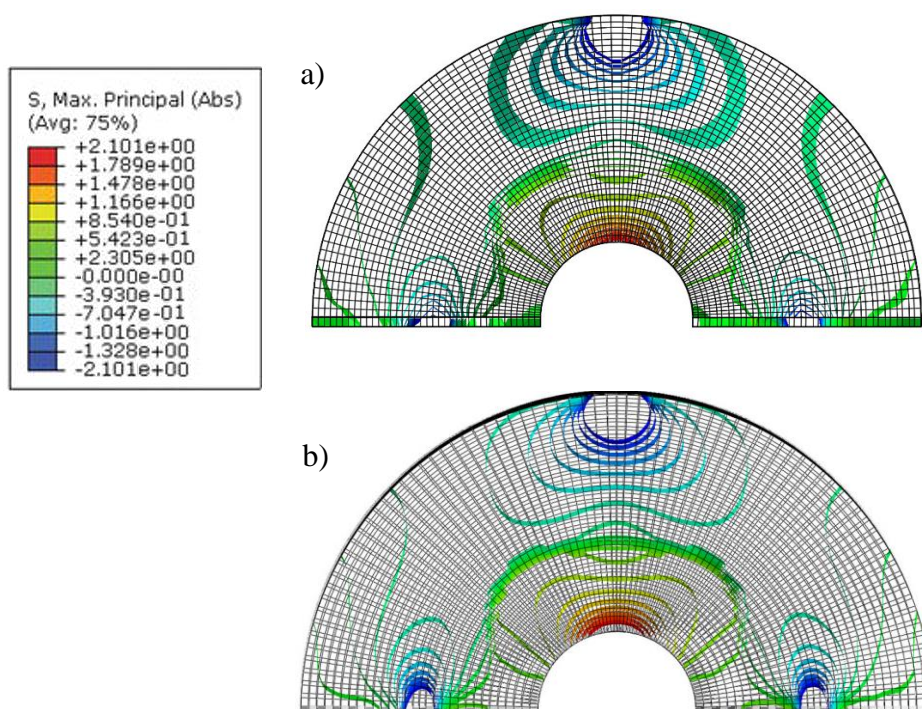


Figura 6.1 – Espectro de tensões para arco com (a) e sem chapa de aço (b) com espectro de tensões igualado através do *time history*.

Após a modelagem, foram executados os processamentos. O comportamento esperado pode ser observado na Figura 6.2 onde o corpo de prova possui um aumento linear da carga até o instante onde atinge a carga máxima, então inicia o processo de *stiffening* do concreto à tração, muito curto e decresce a carga conforme aumentam os deslocamentos decaindo o gráfico e iniciando uma recuperação conforme pode ser observado na Figura 5.7.

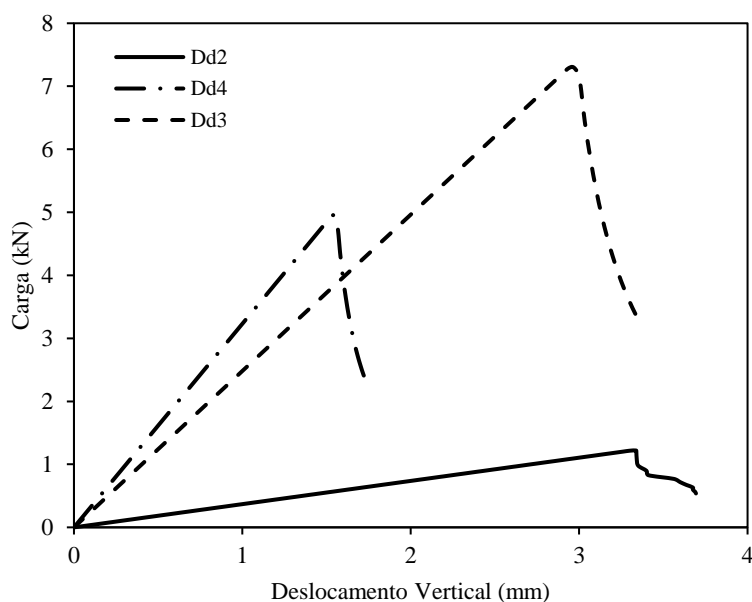


Figura 6.2 – Gráfico carga x deslocamento para os corpos de prova modelados

Os corpos de prova Dd3 e Dd4 apresentaram um comportamento mais uniforme do que o corpo de prova Dd2. Isso se deve à rigidez reduzida do arco menor. Logo no início de sua ruptura, exatamente após a queda do gráfico o comportamento computacional do material tornou-se praticamente randômico. Isso pode ser explicado pela característica do modelo e pela malha escolhida. O *ABAQUS*, ao aplicar os conceitos e teorias que envolvem do *CDP*, trabalha dentro da chamada Mecânica da Fratura dos Meios Contínuos, ou seja, não ocorre uma ruptura real. É simulado o gráfico de tração do concreto como explicam Birtel & Mark (2006) e é mostrado na Figura 5.6. Assim, o material nunca se separa rompendo-se totalmente. Existe sempre uma resistência residual. A malha escolhida de 3mm representa bem os modelos Dd2 e Dd3 devido a quantidade de elementos distribuídos em suas seções. O corpo de prova Dd4, por possuir uma seção menor, necessita de malha mais refinada. Porém, considera-se que o objetivo foi atingido, haja visto que ficou bem caracterizada sua ruptura.

O experimento computacional induz à eliminação do corpo de prova Dd2 como um dos espécimes a serem utilizados para a padronização do ensaio e do corpo de prova final deste trabalho, uma vez que sua carga é baixa e os deslocamentos elevados, mesmo sendo um corpo de prova de dimensões reduzidas. Assim, os resultados sofreriam fortes influências da sensibilidade do equipamento de ensaio e da velocidade de aplicação de carga.

Moldado um corpo de prova Dd2 para fim de calibração, a Figura 6.3 compara os gráficos Carga x Deslocamento Vertical obtidos em um ensaio na velocidade 0,4 mm/s (Metade da velocidade recomendada pela NBR 7222) e um modelado computacionalmente. A proximidade dos resultados se deu sem calibração do modelo. O distanciamento das curvas no final do ensaio se deve às diferenças realidade *versus* modelagem computacional se tornarem mais acentuadas sob maiores deformações, onde a inclinação das chapas de base do corpo de prova em relação ao plano horizontal sobre o rolete de base pode ter impedido o deslocamento horizontal das bases e contido o deslocamento vertical, tornando o experimento mais rígido simulando um apoio de 2º gênero, diferente do apoio modelado computacionalmente (de 1º gênero).

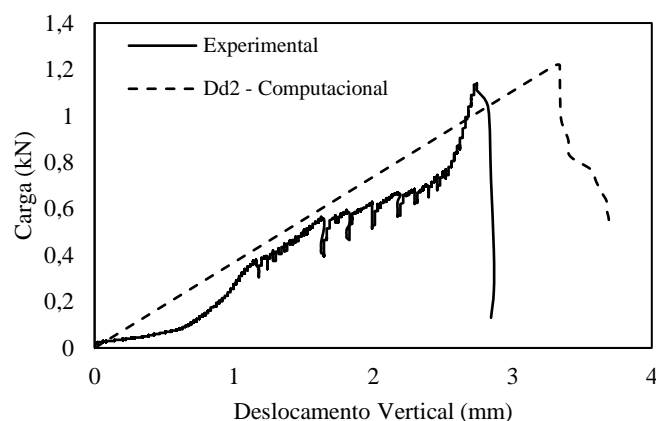


Figura 6.3 – Gráfico Carga x Deslocamento para Dd2 experimental e computacional

A comparação dos testes realizados em corpos de prova em arco e prismáticos apontou boa aproximação das curvas. A Figura 6.4 mostra que o módulo de ruptura (tensão máxima de resistência à tração) obtido na simulação computacional do arco foi de 3,58 MPa contra 3,0 MPa na média do espécime experimental em forma de arco e 3,61 MPa para o espécime prismático. Isso pode ser explicado comparando a rigidez dos testes. No entanto, para ser mais explícito, a Figura 6.5 compara as curvas de tensão principal para os espécimes em arco e prismáticos. As seções transversais não centrais dos arcos são predominantemente submetidas à compressão. As vigas, por outro lado, trabalham principalmente sob os efeitos de momentos fletores. Portanto, as tensões de tração predominam nas alturas inferiores das vigas simplesmente apoiadas. Dessa forma, os arcos concentram tensões de

tração apenas na parte inferior de sua área central da seção transversal, e essas tensões são reduzidas pela compressão natural induzida por sua forma. Consequentemente, os espécimes em arco apresentam um módulo de falha aproximadamente 8% menor do que o dos espécimes prismáticos. A diferença foi evidente na resposta ao ensaio de flexão. O ensaio de flexão de três pontos concentra tensões de tração em uma faixa de vão menor em comparação com o teste de momento de flexão de quatro pontos. Neville (1982) explica que o teste de momento de flexão de três pontos tende a fornecer valores de carga última mais altos em comparação com o teste de momento de flexão de quatro pontos devido à maior probabilidade da presença de pontos frágeis no material à medida que o vão, sujeito a tensões de tração mais altas, aumenta.

Os arcos apresentaram uma falha súbita e explosiva, enquanto os espécimes prismáticos exibiram uma falha instantânea, porém menos agressiva. Pouco antes da falha, os arcos experimentaram uma deformação significativa sem aumento de tensão, resultando em curvas altamente irregulares com formato corcovado em seu terço central. Em contraste, as curvas dos espécimes prismáticos foram mais consistentes/lineares. O método para espécimes em arco, conforme prescrito pela ASTM C-293, parece inadequado, fornecendo resultados irregulares quanto à forma da curva, porém com boa precisão dos valores de módulo de ruptura.

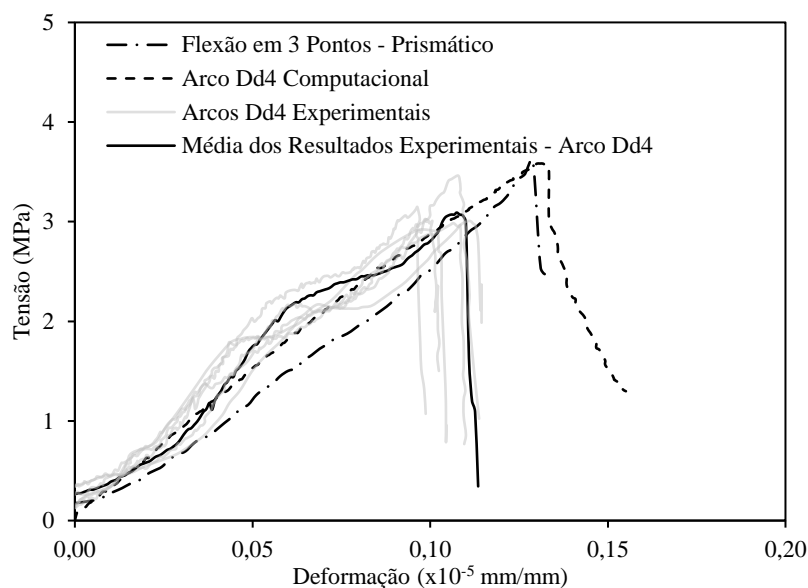


Figura 6.4 – Curva tensão-deslocamento para o arco Dd4

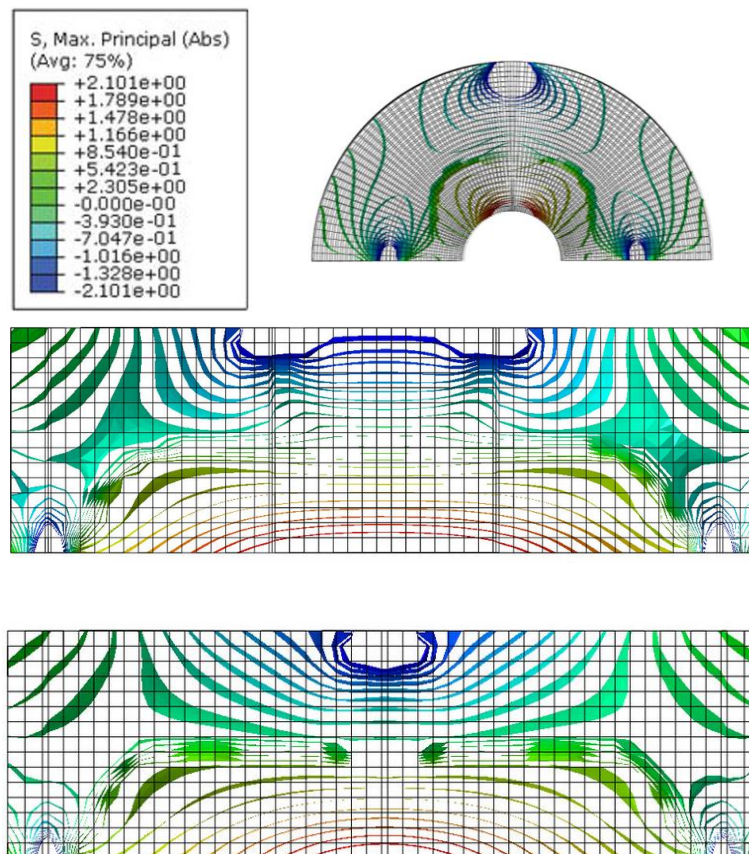


Figura 6.5 – Tensões principais para arco e vigas. (tensões controladas pelo dispositivo *time history* do *software* para coincidir espectros de cores a 2,1 MPa de tensão)

O modelo computacional indicou uma resistência à tração 16% maior do que a equivalente na amostra em arco. Essa discrepância pode ser atribuída a algumas diferenças de definição entre os modelos. A equação proposta pela ASTM é baseada na teoria de vigas, enquanto o modelo computacional é baseado em Método dos Elementos Finitos (MEF). Assim, o modelo de viga considera a hipótese de seções planas, desprezando efeitos de cisalhamento e outras situações mais bem simuladas no modelo MEF. Quando a velocidade de aplicação de carga é controlada em 0,008 MPa/s, os resultados são ilustrados na Figura 6.6. A curva se alinha, porém aumenta a presença de ruídos de deformação e sua inclinação diminui. No entanto, o aumento no módulo de falha é pouco perceptível, passando de 3,01 MPa para 3,12 MPa. Esse alinhamento da curva pode ser atribuído ao ajuste mais lento do espécime nos rolos, facilitado pela reduzida velocidade. Esse mesmo fato gera pequenos deslocamentos compassados que causam o ruído na medição.

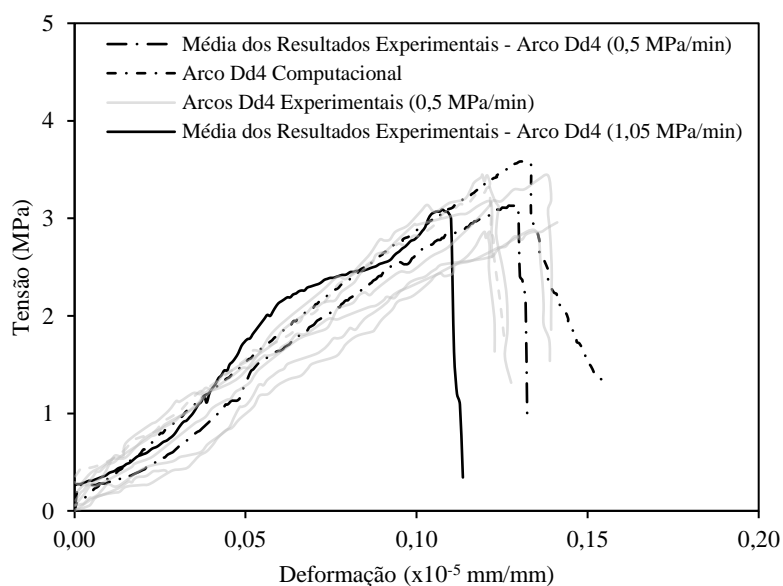


Figura 6.6 – Curvas comparativas entre arcos de diferentes velocidades

A velocidade de aplicação de carga foi determinada utilizando concreto de resistência da série S1. Posteriormente, espécimes foram moldados com concreto das séries S2 e S3, como ilustrado na Figura 6.7. Uma comparação desses espécimes revela que arcos construídos com concreto de maior resistência exibem uma tendência a desalinhar suas curvas. Esse fenômeno pode ser atribuído à maior taxa de ganho de velocidade influenciada pelo Módulo de Elasticidade durante as fases iniciais de deformação. À medida que os arcos atingem aproximadamente de 60% da carga de ruptura, a força aplicada torna-se adequada para superar o atrito entre as placas de aço e os rolos.

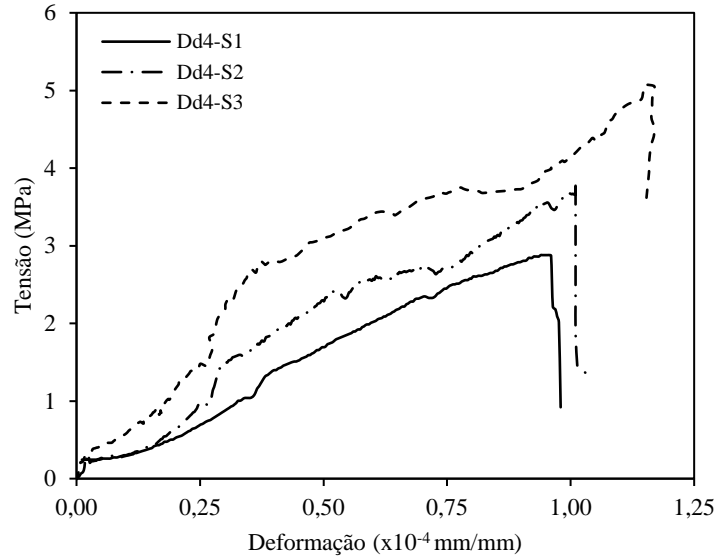


Figura 6.7 – Curvas comparativas entre arcos de diferentes resistências (curvas médias dos espécimes)

## 6.2. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 6.2.1. Concreto Convencional

Os resultados apresentados para tensão e deformação foram obtidos através dos métodos apresentados no Capítulo 3. Frocht (1941) apresenta a Equação 6.1, que considera a perturbação causada pela carga concentrada aplicada pelo dispositivo de teste e mostrado na Figura 6.5, além de considerar efeitos de cisalhamento. Nesta equação,  $P$  denota a carga aplicada,  $b$  e  $h$  representam a base e a largura da seção transversal do espécime, respectivamente,  $L$  indica o vão, e  $y$  representa um intervalo de altura variando de zero à altura total da seção transversal.

$$f_{ct.Frocht} = \frac{12 \cdot P}{b \cdot h^3} \cdot \left( \frac{L}{4} - \frac{h}{2\pi} \right) \cdot \left( y - \frac{h}{2} \right) + \frac{P}{\pi \cdot b \cdot h} \quad \text{Equação 6.1}$$

Aplicando a equação proposta por Frocht (1941), referida pelo autor como equação Wilson-Stokes, os resultados anteriormente apresentados foram ajustados para os valores descritos nas tabelas 6.1 e 6.2. Os resultados corrigidos para ambos os métodos em corpos de prova prismáticos e arcos para flexão em 3 pontos tenderam a convergir. Entretanto, a correlação de Komlos (1970) ainda se mostrou mais próxima.



Tabela 6.1 – Valores de resistência à tração para os arcos dos concretos S1

Forma/Ensaio	Amostra	Resistência à tração (MPa)		
		ASTM C293	Frotch	Komlos
Dd4 (0,017 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Dd4-S1-1	2,92	2,61	1,96
	Dd4-S1-2	3,01	2,69	2,01
	Dd4-S1-3	2,92	2,61	1,96
	Dd4-S1-4	3,34	2,99	2,24
	Dd4-S1-5	2,67	2,39	1,79
	Dd4-S1-6	2,67	2,39	1,79
	Dd4-S1-7	3,00	2,68	2,01
Dd4 (0,008 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Dd4-S1-1	2,87	2,57	1,93
	Dd4-S1-2	2,90	2,59	1,94
	Dd4-S1-3	2,85	2,55	1,91
	Dd4-S1-4	3,37	3,01	2,26
	Dd4-S1-5	3,12	2,79	2,09
	Dd4-S1-6	3,18	2,84	2,13
	Dd4-S1-7	2,61	2,34	1,75
Prismático Flexão em 3 pontos	P3P-S1-1	4,12	3,68	2,76
	P3P-S1-2	3,66	3,28	2,45
	P3P-S1-3	4,58	4,09	3,07
	P3P-S1-4	4,39	3,92	2,94
	P3P-S1-5	3,98	3,56	2,67
	P3P-S1-6	3,87	3,46	2,59
	P3P-S1-7	4,01	3,58	2,69
	P3P-S1-8	3,78	3,38	2,53
	P3P-S1-9	3,92	3,50	2,63
Cilíndrico Compressão diametral	STT-S1-1	2,05		1,85
	STT-S1-2	2,11		1,90
	STT-S1-3	2,21		1,99
	STT-S1-4	1,91		1,72
	STT-S1-5	1,98		1,78
	STT-S1-6	2,14		1,93
	STT-S1-7	2,18		1,96
	STT-S1-8	2,15		1,94
	STT-S1-9	2,10		1,89

Tabela 6.2 – Análise estatística dos dados de resistência dos concretos S1

Forma/Ensaio	Dado	Referência		
		ASTM C293	Frotch	Komlos
Dd4-S1 (0,017 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	2,93	2,62	1,97
	DP (MPa)	0,23	0,20	0,15
	CV (%)	7,8	7,8	7,8
Dd4-S1 (0,008 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	2,99	2,67	2,00
	DP (MPa)	0,25	0,22	0,17

	CV (%)	8,4	8.4	8.4
Prismático Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	4,03	3.61	2.70
	DP (MPa)	0,29	0.26	0.19
	CV (%)	7,2	7.2	7.2
Cilíndrico Compressão Diametral	Média (MPa)		2,09	
	DP (MPa)		0,10	
	CV (%)		4,6	

A equação proposta por Frocht (1941) fornece uma aproximação dos resultados de flexão em 3 pontos e de arcos dos resultados para espécimes sob compressão diametral. Entretanto, para arcos, é necessário um fator de correlação. Para determinar esse fator, as tabelas 6.3 a 6.6 contribuem para a Figura 6.9, apresentando uma correlação corrigida para a resistência à tração modificada para arcos tomando como base os valores obtidos através do método orientado pela ASTM. Assim, a correlação dada na Equação 6.2 foi proposta.

Tabela 6.3 – Valores de resistência à tração para os arcos dos concretos S2

Forma/Ensaio	Amostra	Resistência à Tração (MPa)		
		ASTM C293	Frotch	Komlos
Dd4 (0,017 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Dd4-S2-1	3,85	3,45	2.58
	Dd4-S2-2	3,81	3,41	2.55
	Dd4-S2-3	3,79	3,39	2.54
	Dd4-S2-4	4,33	3,87	2.90
	Dd4-S2-5	3,63	3,25	2.44
	Dd4-S2-6	3,60	3,22	2.41
	Dd4-S2-7	3,89	3,48	2.61
Dd4 (0,008 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Dd4-S2-1	3,79	3,39	2.54
	Dd4-S2-2	3,61	3,22	2.42
	Dd4-S2-3	3,73	3,33	2.50
	Dd4-S2-4	4,31	3,86	2.89
	Dd4-S2-5	4,20	3,75	2.81
	Dd4-S2-6	3,87	3,46	2.60
	Dd4-S2-7	3,52	3,15	2.36
Prismático Flexão em 3 pontos	P3P-S2-1	5,03	4,50	3.37
	P3P-S2-2	4,59	4,11	3.08
	P3P-S2-3	6,24	5,58	4.18
	P3P-S2-4	5,58	4,99	3.74
	P3P-S2-5	4,88	4,36	3.27
	P3P-S2-6	4,77	4,26	3.19
	P3P-S2-7	5,23	4,68	3.50
	P3P-S2-8	4,90	4,38	3.28
	P3P-S2-9	5,21	4,65	3.49
Cilíndrico Compressão diametral	STT-S2-1	2,30		2,07
	STT-S2-2	2,61		2,35
	STT-S2-3	2,34		2,11
	STT-S2-4	2,51		2,26
	STT-S2-5	2,41		2,17
	STT-S2-6	2,38		2,14
	STT-S2-7	2,30		2,07
	STT-S2-8	2,48		2,23
	STT-S2-9	2,50		2,25

Tabela 6.4 – Análise estatística dos dados de resistência dos concretos S2

Forma/Ensaio	Dado	Referência		
		ASTM C293	Frotch	Komlos
Dd4-S2 (0,017 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	3,85	3.44	2.58
	DP (MPa)	0,24	0.21	0.16
	CV (%)	6,2%	6.2%	6.2%
Dd4-S2 (0,008 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	3,86	3.45	2.59
	DP (MPa)	0,29	0.26	0.20
	CV (%)	7,6%	7.6%	7.6%
Prismático Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	5,16	4.61	3.46
	DP (MPa)	0,50	0.45	0.33
	CV (%)	9,7%	9.7%	9.7%
Cilíndrico Compressão Diametral	Média (MPa)	2,43		
	DP (MPa)	0,11		
	CV (%)	4,4%		

Tabela 6.5 – Valores de resistência à tração para os arcos dos concretos da S3

Forma/Ensaio	Amostra	Resistência à Tração		
		ASTM C293	Frotch	Komlos
Dd4 (0,017 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Dd4-S3-1	5,83	5,21	3,90
	Dd4-S3-2	4,66	4,17	3,12
	Dd4-S3-3	4,77	4,27	3,20
	Dd4-S3-4	5,55	4,97	3,72
	Dd4-S3-5	4,94	4,41	3,31
	Dd4-S3-6	4,37	3,91	2,93
	Dd4-S3-7	4,71	4,21	3,16
Dd4 (0,008 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Dd4-S3-1	5,14	4,59	3,44
	Dd4-S3-2	4,81	4,30	3,23
	Dd4-S3-3	5,12	4,58	3,43
	Dd4-S3-4	5,55	4,96	3,72
	Dd4-S3-5	5,67	5,07	3,80
	Dd4-S3-6	4,88	4,36	3,27
	Dd4-S3-7	4,37	3,91	2,93
Prismático Flexão em 3 pontos	P3P-S3-1	6,85	6,13	4,59
	P3P-S3-2	5,78	5,16	3,87
	P3P-S3-3	8,23	7,36	5,51
	P3P-S3-4	7,06	6,31	4,73
	P3P-S3-5	6,46	5,77	4,33
	P3P-S3-6	6,45	5,77	4,32
	P3P-S3-7	6,48	5,79	4,34
	P3P-S3-8	6,28	5,61	4,21
	P3P-S3-9	6,59	5,90	4,42
Cilíndrico Compressão diametral	STT-S3-1	3,01		2,71
	STT-S3-2	2,80		2,52
	STT-S3-3	2,69		2,42
	STT-S3-4	2,79		2,51
	STT-S3-5	3,11		2,80
	STT-S3-6	2,88		2,59
	STT-S3-7	2,80		2,52
	STT-S3-8	2,72		2,45
	STT-S3-9	3,20		2,88

Tabela 6.6 – Análise estatística dos dados de resistência dos concretos S3

Forma/Ensaio	Data	Referência		
		ASTM C293	Frotch	Komlos
Dd4-S3 (0,017 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	4,98	4,45	3.33
	SD (MPa)	0,52	0,47	0.35
	CV (%)	10,5%	10,5%	10.5%
Dd4-S3 (0,008 MPa/s) Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	5,08	4,54	3.40
	SD (MPa)	0,45	0,40	0.30
	CV (%)	8,8%	8,8%	8.8%
Prismático Flexão em 3 pontos	Média (MPa)	6,69	5,98	4.48
	SD (MPa)	0,68	0,61	0.46
	CV (%)	10,2%	10,2%	10.2%
Cilíndrico Compressão Diametral	Média (MPa)	2,89		
	SD (MPa)	0,18		
	CV (%)	6,2%		

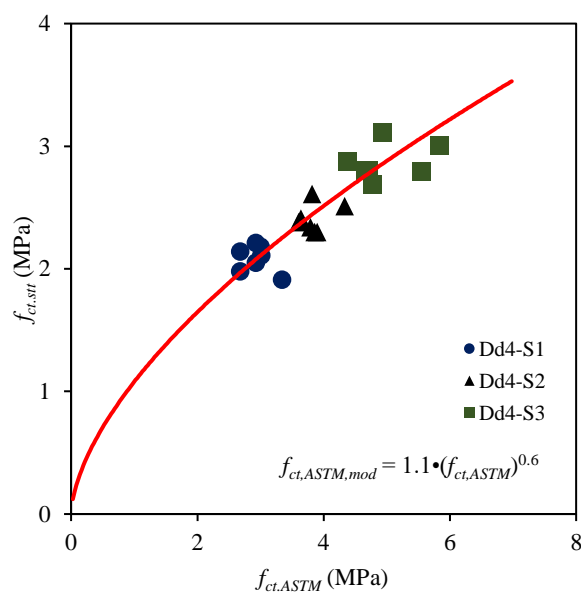


Figura 6.8 – Curva de definição do modelo de correção

$$f_{ct,ASTM,mod} = 1.1 \cdot (f_{ct,ASTM})^{0.6} \quad \text{Equação 6.2}$$

Os valores modificados calculados através da Equação 6.2 constam na Tabela 6.7 e são comparados graficamente na Figura 6.9. A equação proposta é ligeiramente mais precisa do que as correções propostas por Frotch (1941) para ensaios de flexão

em 3 pontos e Komlos (1970) para ensaios de flexão em 4 pontos. Dessa forma, a correção aproximou os valores da ASTM e os valores de compressão diametral.

Tabela 6.7 – Análise estatística dos dados de resistência dos concretos S3

Forma/Ensaio	Método	Resistência à Tração (MPa)				$f_{ct,stt}/f_{ct,teo}$		
		NBR 7222	ASTM	Komlos	ASTM MOD	ASTM	Komlox	ASTM MOD
Dd4 (0,017 MPa/s)	Dd4-S1-1	2.05	2.87	1.93	2.09	1.40	0.94	1.02
	Dd4-S1-2	2.11	2.90	1.94	2.13	1.37	0.92	1.01
	Dd4-S1-3	2.21	2.85	1.91	2.09	1.29	0.86	0.95
	Dd4-S1-4	1.91	3.37	2.26	2.27	1.76	1.18	1.19
	Dd4-S1-5	1.98	3.12	2.09	1.98	1.58	1.06	1.00
	Dd4-S1-6	2.14	3.18	2.13	1.98	1.49	1.00	0.93
	Dd4-S1-7	2.18	2.61	1.75	2.13	1.20	0.80	0.98
Dd4 (0,017 MPa/s)	Dd4-S2-1	2.30	3.79	2.54	2.47	1.65	1.10	1.07
	Dd4-S2-2	2.61	3.61	2.42	2.46	1.38	0.93	0.94
	Dd4-S2-3	2.34	3.73	2.50	2.45	1.59	1.07	1.05
	Dd4-S2-4	2.51	4.31	2.89	2.65	1.72	1.15	1.06
	Dd4-S2-5	2.41	4.20	2.81	2.39	1.74	1.17	0.99
	Dd4-S2-6	2.38	3.87	2.60	2.37	1.63	1.09	1.00
	Dd4-S2-7	2.30	3.52	2.36	2.49	1.53	1.03	1.08
Dd4 (0,017 MPa/s)	Dd4-S3-1	3.01	5.14	3.44	3.17	1.71	1.14	1.05
	Dd4-S3-2	2.80	4.81	3.23	2.77	1.72	1.15	0.99
	Dd4-S3-3	2.69	5.12	3.43	2.81	1.90	1.28	1.04
	Dd4-S3-4	2.79	5.55	3.72	3.08	1.99	1.33	1.10
	Dd4-S3-5	3.11	5.67	3.80	2.87	1.82	1.22	0.92
	Dd4-S3-6	2.88	4.88	3.27	2.67	1.70	1.14	0.93
	Dd4-S3-7	2.80	4.37	2.93	2.79	1.56	1.05	1.00
Média						1.61	1.08	1.01
SD						0.20	0.13	0.07
CV (%)						12.5	12.5	6.6

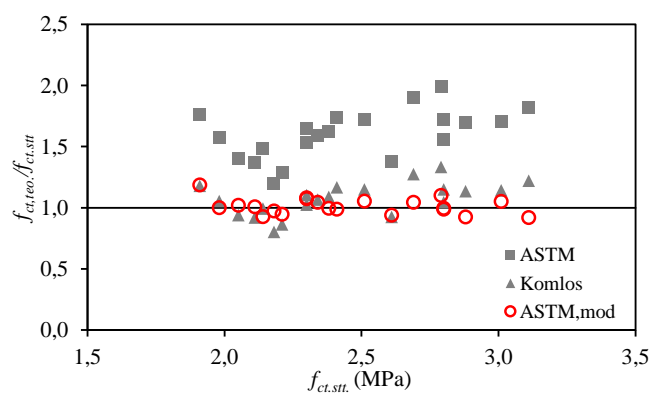


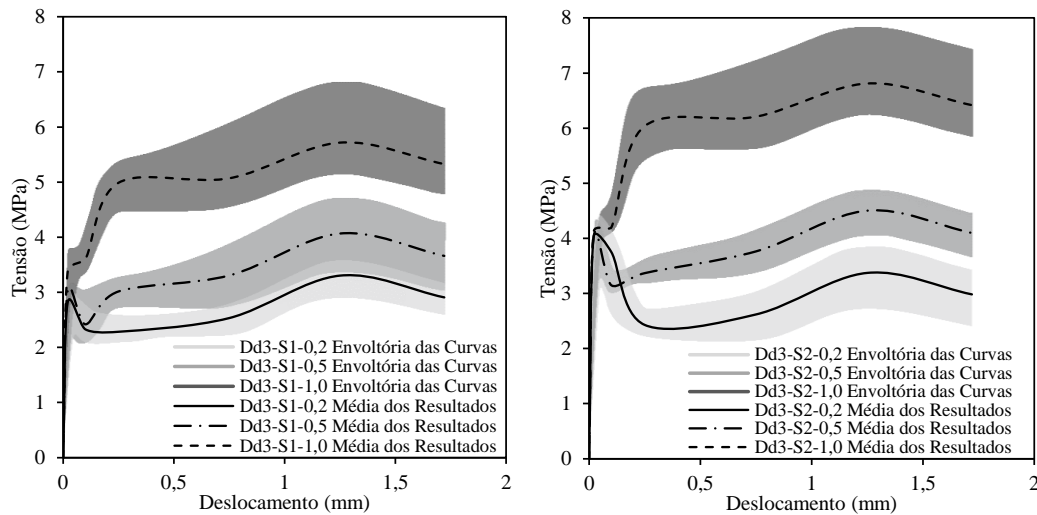
Figura 6.9 – Comparação dos resultados de  $f_{ct,teo}/f_{ct,stt}$  em relação a  $f_{ct,stt}$

### 6.2.2. Concreto Reforçado com Fibras de Aço

Durante os experimentos, foi verificada a média de deslocamento no qual iniciava-se a fissuração, acusada por uma perturbação nos diagramas tensão-deformação. Assim, a equação de correlação CMOD-Deslocamentos proposta por Barr *et al.* (2003) foi utilizada alterada para este trabalho e proposta conforme a equação. resultando em  $\delta_1=0,275$  mm,  $\delta_2=0,775$  mm,  $\delta_3=1,275$  mm,  $\delta_4=1,775$  mm.

$$\delta = \frac{CMOD \cdot L}{4 \cdot H} + 0,025 \quad \text{Equação 6.3}$$

As curvas carga-deslocamento para os espécimes experimentais de CRFA são dos ensaios de flexão em três pontos, conforme representado na Figura 6.10. Para aprimorar a visualização, uma nuvem envoltória dos resultados representa a amplitude e os resultados médios demonstram o comportamento eliminando o ruído do equipamento que distorce as curvas. Os resultados das tensões residuais estão detalhados na Tabela 6.8, fornecendo informações abrangentes sobre as características das amostras e as tensões residuais correspondentes.





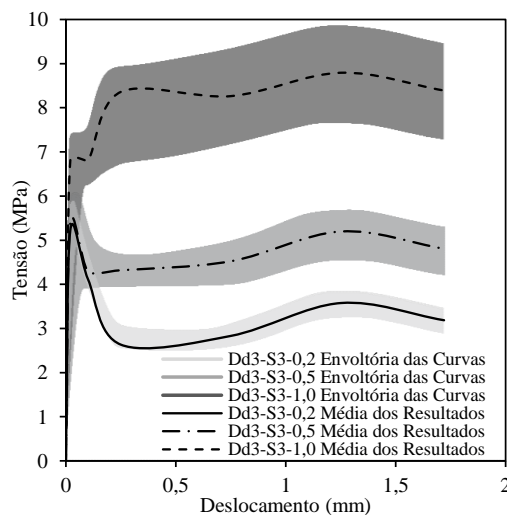


Figura 6.10 – Curvas tensão- deslocamento vertical comparativas entre arcos de mesma resistência e com variação do consumo de fibra

Tabela 6.8 – Resumo dos valores de tensões residuais para os arcos em CRFA

Família	Amostra	$C_f$	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$f_{R1}$ (MPa)	$f_{R2}$ (MPa)	$f_{R3}$ (MPa)	$f_{R4}$ (MPa)
Dd3	Dd3-S1-0.2	0,20%	60,00	0,75	22,6-25,9	2,09-2,51	2,29-2,82	2,99-3,69	2,63-3,24
	Dd3-S2-0.2	0,20%	60,00	0,75	27,4-33,1	2,17-2,65	2,13-2,98	2,76-3,82	2,44-3,39
	Dd3-S3-0.2	0,20%	60,00	0,75	38,5-41,5	2,42-2,93	2,6-3,14	3,3-3,98	2,93-3,54
	Dd3-S1-0.5	0,50%	60,00	0,75	20,1-22,6	2,8-3,26	2,75-3,83	3,38-4,71	3,05-4,24
	Dd3-S2-0.5	0,50%	60,00	0,75	27,1-30,0	3,2-3,62	3,38-4,07	4,06-4,83	3,69-4,41
	Dd3-S3-0.5	0,50%	60,00	0,75	37,8-42,2	3,95-4,61	4,01-5,14	4,6-5,95	4,25-5,49
	Dd3-S1-1.0	1,00%	60,00	0,75	22,3-25,1	4,49-5,35	4,57-6,01	5,19-6,78	4,82-6,32
	Dd3-S2-1.0	1,00%	60,00	0,75	27,1-33,0	5,49-6,71	5,63-7,17	6,25-7,79	5,86-7,37
	Dd3-S3-1.0	1,00%	60,00	0,75	37,8-43,4	6,79-8,94	7,19-9,31	7,71-9,88	7,33-9,43

No entanto, esses valores precisam de validação para aceitação de sua conformidade com testes padronizados. Como resultado, os dados dos espécimes apresentados na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** foram submetidos a uma análise por meio de dois métodos de verificação. Na abordagem inicial, a dispersão de cada tensão residual de CRFA foi comparada com o parâmetro mais influente dos três métodos de previsão previamente citados - a proporção  $C_f \cdot (l_f/d_f)$ . Essa dispersão levou à criação de uma nuvem envoltória, servindo como ferramenta para avaliar a validade dos resultados do teste em arco em comparação com o banco de dados utilizado.

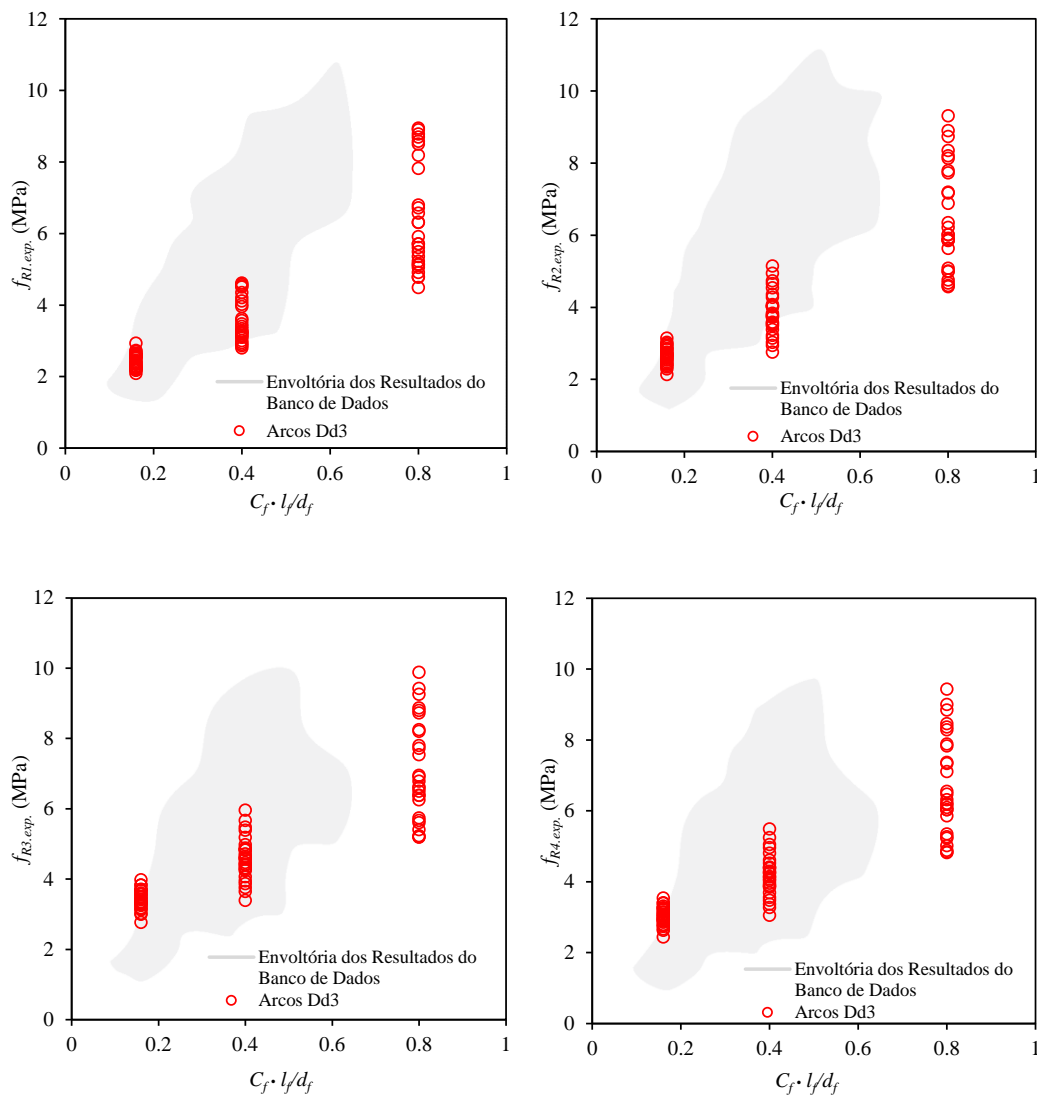


Figura 6.11 – Tensões residuais experimentais x fator  $C_f \cdot (l_f/d_f)$  comparando com a nuvem envoltória do banco de dados

Os resultados revelam uma proximidade aceitável entre os resultados das amostras com teor de fibra de aço de 0,2% e 0,5%. No entanto, as amostras com 1,0%, devido à sua razão elevada do parâmetro  $C_f \cdot (l_f/d_f)$ , se desviam dessa tendência. Mesmo que o banco de dados incluía amostras com essa porcentagem ou mais elevada, as fibras utilizadas eram menores e suas equações propostas são extremamente dependentes do banco de dados usado para desenvolvê-las. Consequentemente, essas ficam fora da nuvem envoltória.

Após essa avaliação inicial, a dispersão dos resultados experimentais comparados com os autores contidos no banco de dados em relação às equações de previsão de tensões residuais propostas nos modelos utilizados foi examinada. Nuvens envoltórias também foram construídas para estas últimas e subsequentemente sobrepostas. As figuras 6.12 a 6.14 retratam a dispersão de resultados experimentais versus teóricos obtidos por meio das equações propostas nos modelos de previsão.

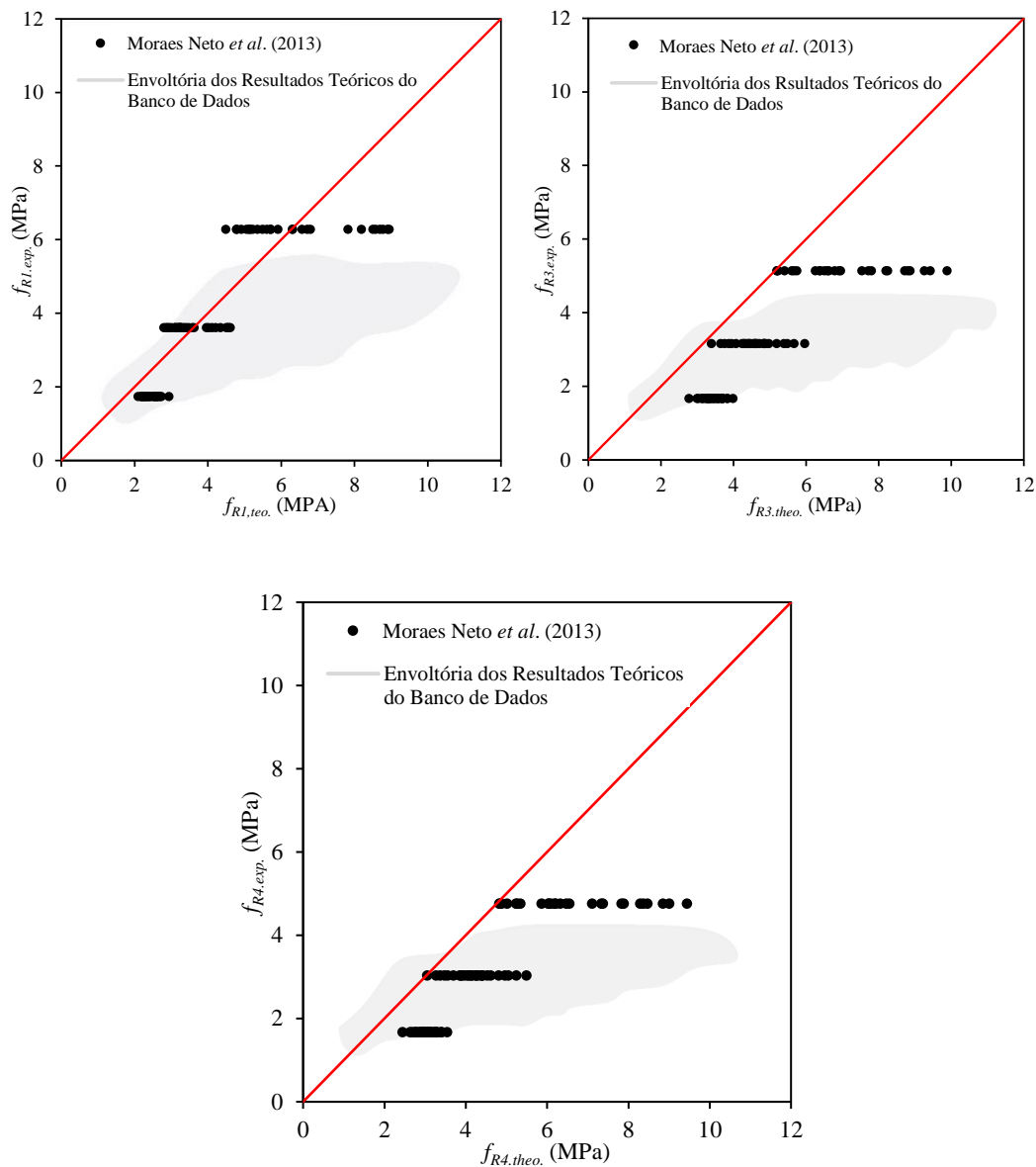


Figura 6.12 – Tensões residuais experimentais x teóricas obtidas com as equações de previsão propostas por Moraes Neto *et al.* (2013)

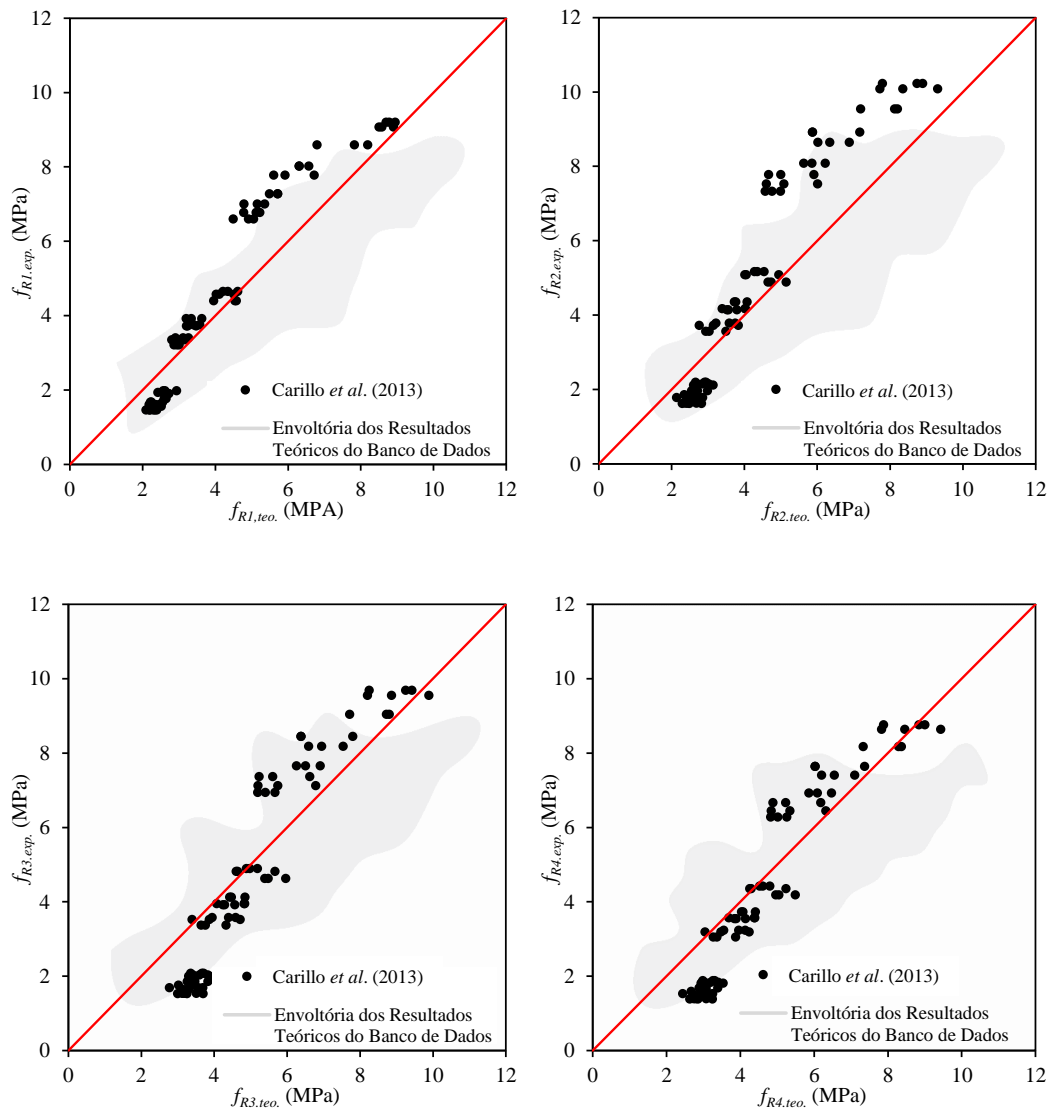


Figura 6.13 – Tensões residuais experimentais x teóricas obtidas com as equações de predição propostas por Carillo *et al.* (2020)

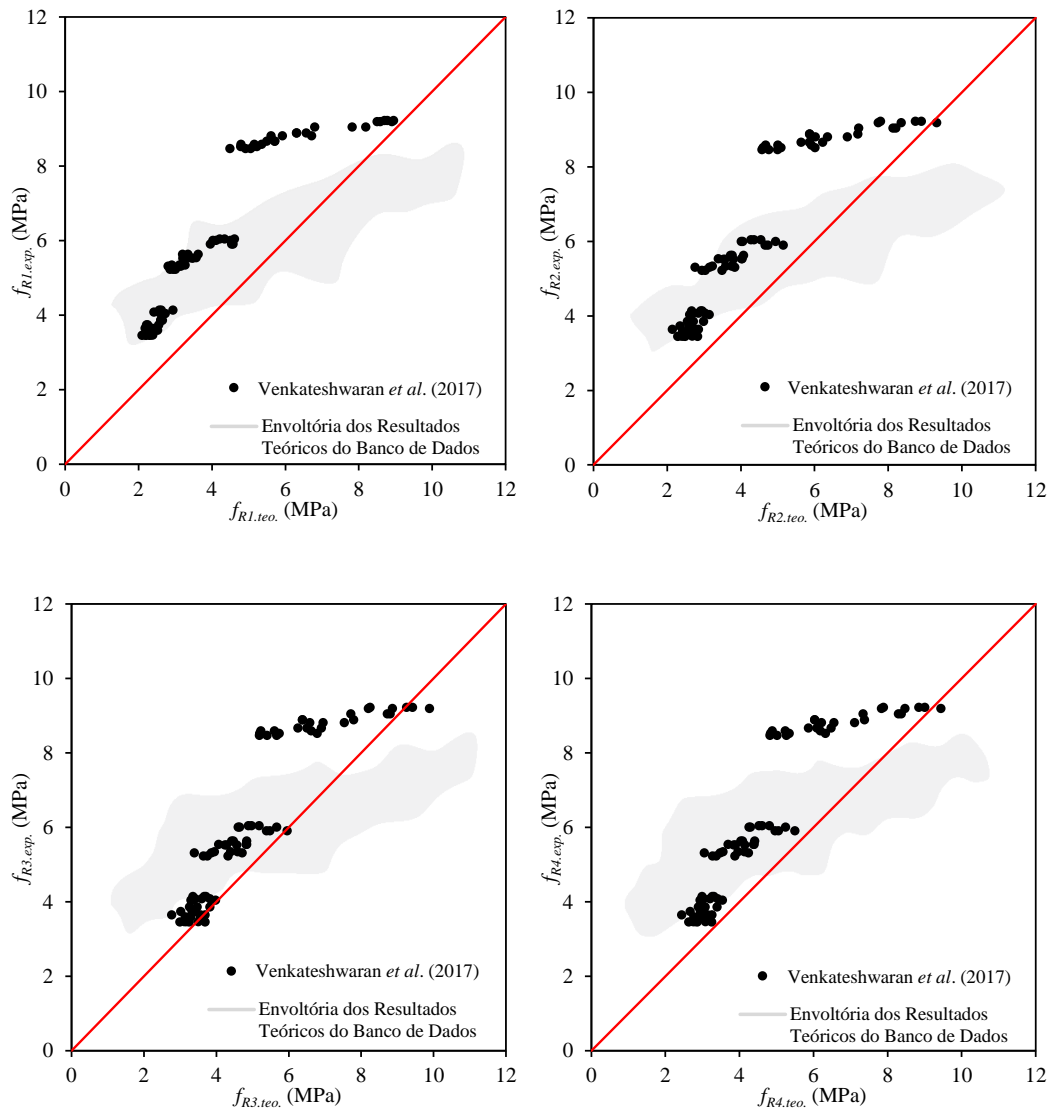


Figura 6.14 – Tensões residuais experimentais x teóricas obtidas com as equações de predição propostas por Venkateshwaran *et al.* (2017)

Como evidenciado, os arcos testados, alinhados com o banco de dados apresentado, apresentam boa previsibilidade através dos três métodos apesar das notáveis diferenças entre eles. Isso destaca que arcos, semelhantes a vigas entalhadas, oferecem caminhos plausíveis para mensurar tensões residuais mutuamente. Notavelmente, a inserção de *Yokes* em arcos apresenta desafios. Os *Yokes* servem como dispositivos para referenciar o deslocamento por meio de um *LVDT* no centro do vão, logo abaixo do ponto de aplicação da carga. Essa abordagem visa minimizar a influência de defeitos no mecanismo de aplicação de carga, eliminando deslocamentos decorrentes da acomodação do aplicador de carga e da deformação inicial do material no ponto de aplicação.

Embora as flutuações nos valores de tensão residual possam ser atribuídas a esses fatores, em um experimento focado em determinar essa propriedade para cenários de reforço ou recuperação estrutural, onde o tempo é crucial e o único teste padronizado envolve elementos que adicionam complexidade e retardam o procedimento, a previsibilidade pode ser observada comparando os dados estatísticos dos diversos métodos apresentados com o método proposto. A ausência de um entalhe é justificada pelo tamanho menor do espécime em comparação com o espécime de *design* tradicionalmente utilizado. Neste último, a região de máxima tensão na tração é inerentemente mais ampla do que em um arco, como mostrado na Figura 6.15. Consequentemente, as fissuras tendem a ocorrer muito mais próximas ao centro, como ilustrado nas figuras 6.15 e 6.16, do que em uma viga entalhada no espécime padronizado, onde a entalhe induz esse comportamento.



Figura 6.15 – Arcos fissurados

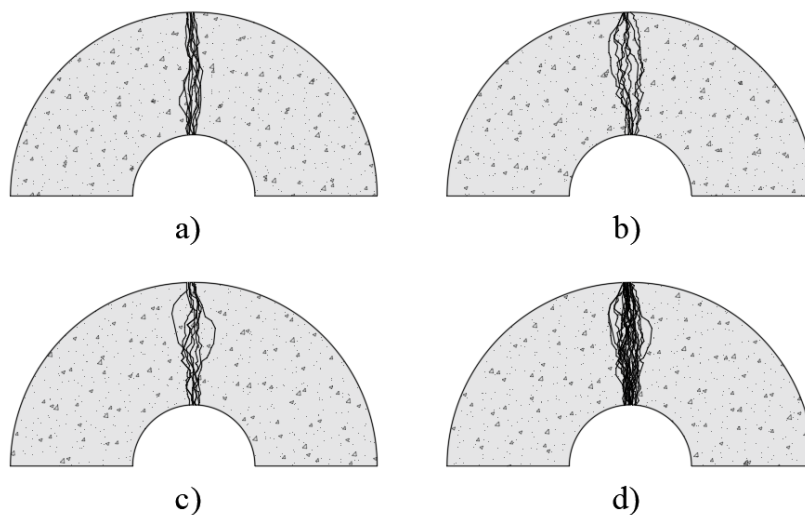


Figura 6.16 – Padrão de fissuração sobreposto dos arcos de CRFA com 0,2% (a), 0,5% (b), 1% (c) e as três taxas sobrepostas (d)

### 6.2.3. Modelo Proposto

Os valores de tensão para espécimes com maior teor de fibras foram distorcidos em todos os métodos de previsão mencionados, desviando-se do padrão estabelecido no banco de dados utilizado. Apesar do fator  $C_f \cdot (l_f/d_f)$  fornecer o mesmo resultado que o banco de dados de Carillo *et al.* (2020) (0,8), esse valor se origina de fibras menores ( $l_f = 30$  mm e  $d_f = 0,38$  mm) para o mesmo teor de fibras ( $C_f = 1,0\%$ ) em comparação com este estudo, que utiliza fibras maiores com  $l_f = 60$  mm e  $d_f = 0,75$  mm. Consequentemente, para todos os métodos de previsão, especialmente para Moraes Neto *et al.* (2013), o único que negligencia a contribuição da resistência do concreto, as tensões resistentes previstas para fibras maiores não se alinham com os valores experimentais.

A interpretação sugere que, para o mesmo teor de fibras, há uma quantidade maior de fibras menores e uma quantidade menor de fibras maiores, teoricamente compensando a área de aço na fissura de acordo com as equações. No entanto, a ancoragem superior de fibras maiores garante maior eficiência. Notavelmente, os bancos de dados usados para os modelos de previsão apresentados para formular suas equações de previsão não abrangeram essa sutileza.

Para avaliar o desvio das previsões em relação ao banco de dados usado neste estudo, a Classificação de Pontos de Demérito (DPC) proposta por Collins (2001) foi empregada, avaliando a precisão de cada modelo. O DPC introduz um requisito de penalidade para cada  $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo.}$ , fornecendo insights sobre o desempenho de cada equação de previsão pelos respectivos autores. A Tabela 6.9 apresenta os dados do DPC para as equações de previsão aplicadas ao banco de dados utilizado, enquanto a Tabela 6.10 mostra os resultados do DPC para as equações de previsão aplicadas ao programa experimental envolvendo arcos.

Tabela 6.9 – DPC para os resultados do banco de dados de referência

Data			Moraes Neto <i>et al.</i> (2013)				Carillo <i>et al.</i> (2020)				Venkateshwaran <i>et al.</i> (2017)			
$f_{Ri,exp}/f_{Ri,Teo}$	Classificação	Penalidade	$f_{R1}$	$f_{R2}$	$f_{R3}$	$f_{R4}$	$f_{R1}$	$f_{R2}$	$f_{R3}$	$f_{R4}$	$f_{R1}$	$f_{R2}$	$f_{R3}$	$f_{R4}$
<0.5	Extremamente Perigoso	10	0	-	10	10	0	0	10	20	50	60	130	180
0.5 - 0.85	Perigoso	5	15	-	15	35	40	90	140	170	225	185	225	290
0.85 - 1.15	Segurança Apropriada	0	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.15 - 2	Conservador	1	37	-	29	26	47	35	33	31	17	23	17	10
>= 2	Extremamente Conservador	2	116	-	124	108	12	10	12	18	0	2	0	0
Total de pontos de penalidade			168	-	178	179	99	135	195	239	292	270	372	480
Média			1,60	-	1,72	1,61	1,15	1,06	1,03	1,03	0,89	0,91	0,84	0,76
DP			0,42	-	0,62	0,62	0,23	0,24	0,28	0,31	0,25	0,28	0,28	0,27
CV (%)			26,4	-	36,0	38,5	19,9	22,6	27,4	30,1	27,7	30,6	33,2	35,1

Tabela 6.10 – DPC para os resultados dos arcos Dd3 experimentais

Dados			Moraes Neto <i>et al.</i> (2013)				Carillo <i>et al.</i> (2020)				Venkateshwaran <i>et al.</i> (2017)			
$f_{Ri,exp}/f_{Ri,Teo}$	Classificação	Penalidade	$f_{R1}$	$f_{R2}$	$f_{R3}$	$f_{R4}$	$f_{R1}$	$f_{R2}$	$f_{R3}$	$f_{R4}$	$f_{R1}$	$f_{R2}$	$f_{R3}$	$f_{R4}$
<0.5	Extremamente perigoso	10	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.5 - 0.85	Perigoso	5	13	-	0	0	20	30	13	11	73	74	40	63
0.85 - 1.15	Segurança apropriada	0	27	-	8	11	34	24	29	31	8	7	41	18
1.15 - 2	Conservador	1	41	-	56	67	27	27	29	31	0	0	0	0
>= 2	Extremamente Conservador	2	0	-	17	3	0	0	10	8	0	0	0	0
Total de pontos de penalidade			106	-	90	73	127	177	114	102	365	370	200	315
Média			1,15	-	1,63	1,53	1,06	1,02	1,30	1,30	0,67	0,71	0,84	0,77
DP			0,26	-	0,37	0,30	0,29	0,31	0,48	0,44	0,10	0,10	0,11	0,10
CV (%)			22,9	-	22,8	19,3	27,4	30,3	36,6	34,1	15,6	14,2	13,2	13,1

As equações propostas por Moraes Neto *et al.* (2013) acumularam 525 pontos de penalidade para os 110 espécimes no banco de dados; no entanto, para os 81 arcos, registraram apenas 269 pontos. Para a proposta de Carillo *et al.* (2020) foram obtidos 668 pontos de demérito para o banco de dados geral e 520 especificamente para os arcos. A proposta de previsão orientada por Venkateshwaran *et al.* (2017) demonstraram tanto a menor precisão no banco de dados de vigas entalhadas quanto para arcos, incorrendo em um demérito de 1414 para vigas entalhadas e 1250 para arcos. É digno de nota que Moraes Neto *et al.* (2013) não propõe uma equação para  $f_{R2}$ . Para apresentar equações com um nível aprimorado de precisão que atendam tanto a arcos quanto a vigas entalhadas, foram propostas as equações 6.3 a 6.7



obtidas através de regressão polinomial para as tensões residuais do CRFA. O Coeficiente de resistência à tração do concreto ( $C_{ct}$ ) é sugerido para contornar o desafio da igualdade no fator  $C_f \cdot (l_f/d_f)$  para fibras de dimensões variadas. As equações 6.3 a 6.7 foram formuladas usando o banco de dados de arcos e posteriormente validadas no banco de dados de vigas entalhadas.

$$C_{ct} = \left( \frac{1.5 \cdot l_f}{100} \cdot C_f \cdot f_c \right)^{3/2} \cdot \frac{l_f}{d_f} \quad \text{Equação 6.4}$$

$$f_{R1} = 2.10 \cdot C_{ct}^{0.38} \quad \text{Equação 6.5}$$

$$f_{R2} = 1.16 \cdot f_{R1}^{0.94} \quad \text{Equação 6.6}$$

$$f_{R3} = 1.73 \cdot f_{R1}^{0.77} \quad \text{Equação 6.7}$$

$$f_{R4} = 1.45 \cdot f_{R1}^{0.84} \quad \text{Equação 6.8}$$

É necessário observar que os limites destas equações devem respeitar os limites dos resultados obtidos com os corpos de prova do banco de dados de arcos. Assim, nenhum. Um exemplo de fuga possível do uso destas equações é o caso de termos tensões  $f_{R1}$  superiores a 12,45 MPa, quando esta tensão é o termo de referência das demais e causa desordem em seus valores ao permitir que  $f_{R4}$  torne-se superior a  $f_{R3}$ . Observando a Figura 6.1 fica óbvio que nenhum dos espécimes e suas médias possuem esta característica assim como uma rápida avaliação da **Erro! Fonte de referência não encontrada.** torna óbvio que o banco de dados de onde foram geradas estas equações não possui sequer 1 amostra com tensão residual  $f_{R1}$  superior a 8,94 MPa. A Tabela 6.11 define os limites de uso das equações para o material além de observadas as dimensões das amostras de arco (Dd3) e prismas entalhados utilizados nos ensaios proposto e padronizado. Os resultados do DPC para essas equações são resumidos de forma sucinta na Tabela 6.12.

Tabela 6.11 – Limites de aplicação das Equações Propostas

$V_f$	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$f'_c$ (Mpa)
0,2% - 1,0%	30-60	0,3-1,0	25-84,2

Tabela 6.12 – DPC do modelo proposto para arcos e prismas entalhados do banco de dados

Dados			Arcos Dd3				Prismas entalhados			
$f_{Ri,exp}/f_{Ri,Theo}$	Classificação	Penalidade	$f_{R1}$	$f_{R2}$	$f_{R3}$	$f_{R4}$	$f_{R1}$	$f_{R2}$	$f_{R3}$	$f_{R4}$
<0.5	Extremamente perigoso	10	0	0	0	0	0	1	5	8
0.5 - 0.85	Perigoso	5	1	3	3	4	14	11	32	31
0.85 - 1.15	Segurança apropriada	0	68	68	69	68	44	29	41	47
1.15 - 2	Conservador	1	12	10	9	9	31	45	30	23
>= 2	Total	2	0	0	0	0	21	17	2	1
Total de pontos de penalidade			17	25	24	29	143	144	244	260
Média			1.02	1.01	1.01	1.00	1.21	1.14	0.97	0.94
DP			0.11	0.12	0.11	0.11	0.36	0.44	0.28	0.28
CV (%)			10.7	11.4	11.0	11.1	30.0	38.2	29.0	29.2

O modelo de previsão proposto incorreu em 95 pontos de penalidade para arcos e 791 pontos de demérito para prismas entalhados. Consequentemente, destaca-se como o mais preciso dentre os analisados para arcos e demonstra proximidade relativa ao modelo mais preciso para vigas entalhadas, o modelo de Venkateshwaran *et al.* (2017). O modelo de previsão de Venkateshwaran *et al.* (2017), por outro lado, apresentou uma penalidade menor para vigas entalhadas, totalizando 656 pontos de penalidade em comparação com 791 para o modelo proposto. No entanto, mesmo na previsão de vigas entalhadas, seus resultados exibiram coeficientes de variação significativamente mais altos do que os do modelo proposto. Além disso, mostrou-se impreciso na previsão de arcos, incorrendo em uma penalidade de 1250 pontos em comparação com os 95 pontos para o modelo proposto.

A análise visual destes resultados é apresentada na Figura 6.17, que exhibe os pontos relativos a  $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$  em comparação com  $f_{Ri,exp}$  para os arcos, evidenciando uma menor dispersão dos resultados em todas as tensões residuais. A Figura 6.18 ilustra

a mesma análise para prismas entalhados. Embora todas as equações mostrem dispersão semelhante para  $f_{R1}$  e  $f_{R2}$ , o modelo proposto revela maior precisão nos resultados de  $f_{R3}$  e  $f_{R4}$ . Apesar da dispersão nos valores de  $f_{R1}$  e  $f_{R2}$ , o modelo proposto distribui seus resultados principalmente em categorias seguras (extremamente conservador, conservador ou com segurança apropriada), com poucos resultados classificados como perigosos ou extremamente perigosos.

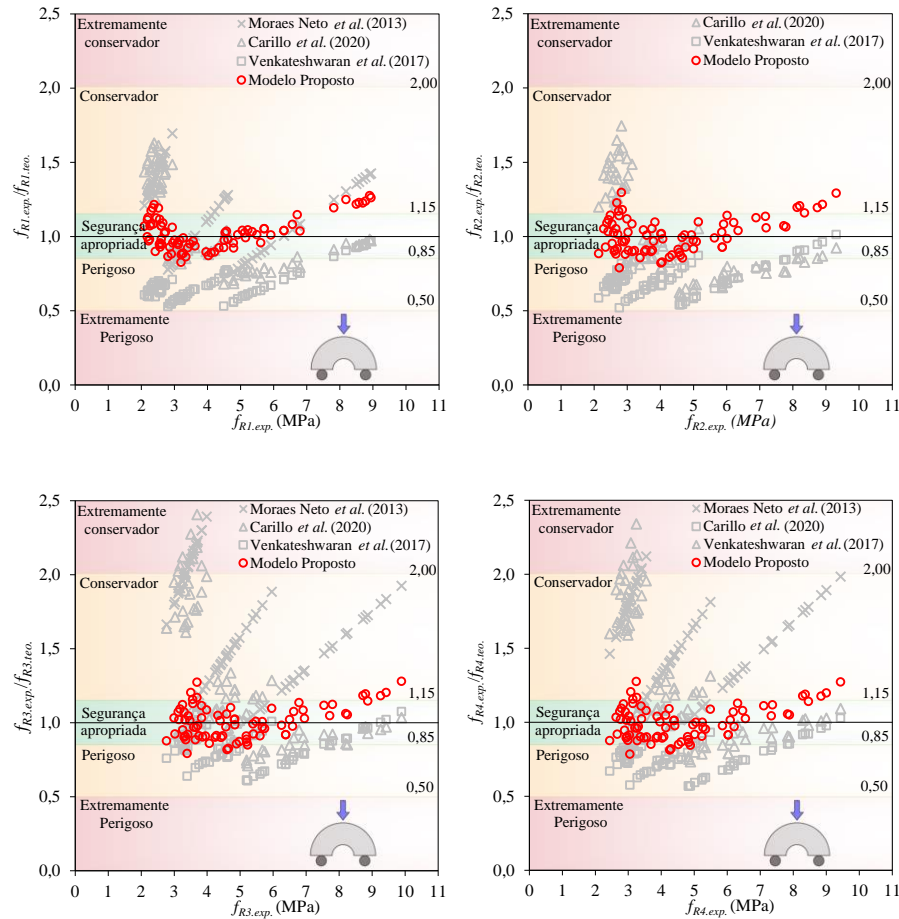


Figura 6.17 – Dispersão dos resultados de  $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo} \times f_{Ri,exp}$  para arcos

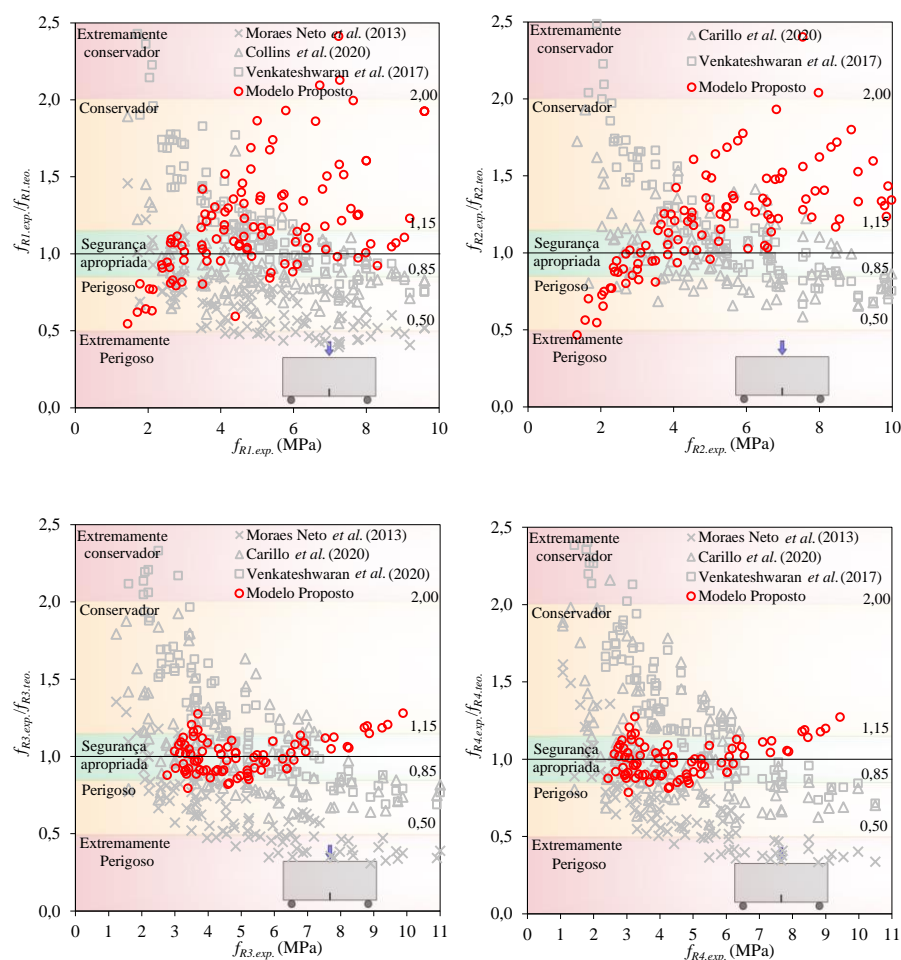


Figura 6.18 – Dispersão dos resultados de  $f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$  x  $f_{Ri,exp}$  para prismas entalhados

## 7. CONCLUSÃO

Como demonstrado, os resultados obtidos a partir dos testes em arco se ajustam bem ao banco de dados de referência, composto por 110 vigas dos autores do banco de dados, e aos padrões envoltentes dos modelos de previsão publicados. Esses modelos utilizaram bancos de dados de 69, 236 e 23 espécimes, respectivamente, para suas formulações.

Além de concentrar as tensões de tração mais ao centro do que em uma viga, o entalhe pode ser considerado dispensável para aprimorar a praticidade do método no teste de estruturas existentes. Essa abordagem elimina a necessidade de espessas placas de fixação, reduz o risco de excentricidade de carga, simplifica o processo de aquisição de dados e facilita a realização do teste em um cenário de uso real. Como sugere Neville (1982), testes de tração direta geralmente fornecem dados de magnitude inferior em comparação com testes de flexão. No entanto, testes de flexão proporcionam resultados mais alinhados ao comportamento de uso de elementos estruturais compostos por concreto reforçado com fibras de aço (CRFA).

Ainda, o ensaio proposto se alinha às demandas apresentadas por Kooiman (2000) no que se refere às propriedades de escolha dos ensaios a serem utilizados em situações reais e comerciais, além de ser um ensaio com forte correspondência com seus pares que os fundamentam, os mesmos com os quais foi comparado. Arcos já são utilizados como espécimes de mensuração de resultados na comunidade acadêmica. Este trabalho, ainda, propõe equacionamento com forte abrangência de campo de aplicação, uma vez que os modelos de predição propostos se mostraram menos preciso e mais variável que o modelo sugerido tanto quando comparado com o banco de dados de arcos quanto com o banco de dados de vigas entalhadas.

## REFERÊNCIAS

ABAQUS, 2016. Abaqus. **Abaqus 6.12 documentation manual**, 2016.

ACI 318, **Building code requirements for structural concrete**, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.

ALFARAH, B.; LÓPEZ-ALMANSA, F.; OLLER, S., 2017. **New methodology for calculating damage variables evolution in plastic damage model for rc structures**. Engineering Structures, Vol. 132, p.70-86, 2017.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ACI 544.1R. (2002). State-of-the-art report on fiber reinforced concrete**. American Concrete Intitute.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ACI C-1609: Standard test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading)**. American Concrete Institute, 2019.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ACI C-469: Standard test method for static modulus of elasticity and poisson's ratio of concrete in compression**. American Concrete Institute, 2019.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM C-293 – Standard test method for flexural strength of concrete (using simple beam with center-point loading)**. In: Annual Book of ASTM, 2016.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM C-469 – Standard test method for static modulus of elasticity and poisson's ratio of concrete in compression**. In: Annual Book of ASTM, 2022.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM C-78 – Standard test method for flexural strength of concrete (using simple beam with third-point loading)**. In: Annual Book of ASTM, 2009.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E-339 – Standard test method for linear-elastic plane-strain fracture toughness  $K_{Ic}$  of metallic materials**. In: Annual Book of ASTM, 1990.

ARAÚJO, J. M. DE. **A resistência à tração e energia de fratura do concreto.** *Estruturas de Concreto*, no. 2, 27 p., 2001.

ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE NORMALIZACIÓN Y CERTIFICACIÓN. **UNE 83515: Hormigones con fibras - determinación de la resistencia a fisuración, tenacidad y resistencia residual a tracción - método Barcelona.** Espanha, 2010.

ASSAN, A. E. **Resistência dos Materiais.** 1o ed. Unicamp, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 12142 – **Concreto — Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos.** Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16935 – **Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras — Procedimento.** Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16938 – **Concreto reforçado com fibras - Controle da qualidade.** Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16939 – **Concreto reforçado com fibras - Determinação das resistências à fissuração e residuais à tração por duplo puncionamento - Método de ensaio.** Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16940 – **Concreto reforçado com fibras - Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) - Método de ensaio.** Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16940 – **Concreto reforçado com fibras - Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) - Método de ensaio.** Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – **Projeto de estruturas de concreto.** Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 – **Concreto e argamassa — Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 – **Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7680 – **Concreto - Extração, preparo e ensaio de testemunhos de concreto**. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522 – **Concreto endurecido - Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação**. Rio de Janeiro, 2017.

BARR, B.; LEE, M.; DUPONT, D.; ERDEM, E. SCHAERLAEKENS, S.; SCHNÜTGEN, B.; STANG, H.; VANDEWALLE, L. **Round-robin analysis of the RILEM TC 162TDF beam-bending test**. Materials and Structures, 2003.

BAUER, R. J. F.; BORIN, L. A.; FIGUEIREDO, A. D. **Risco de rejeição de concretos devido à não conformidade com os parâmetros normalizados para o módulo de elasticidade**. Construindo, Vol. 4, no. 2, p. 79-89, Belo Horizonte, 2012.

BAŽANT, Z. P.; OH, B. H. **Crack band theory for fracture of concrete**. Matériaux et Constructions, Vol. 16, no. 3, p. 155–177, 1983.

BENTUR, A.; MINDESS, S. **Fibre reinforced cementitious composites**. United Kingdom. Barking, 1990.

BESSON, J. **Continuum models of ductile fracture : A review**. International Journal of Damage Mechanics, SAGE Publications, Vol. 19, p. 3-52, 2010.

BIRTEL, V.; MARK, P. **Parametrised finite element modelling of RC beam shear failure**. Abaqus Users Conference, 2006.



BLANCO, A. **Characterization and modelling of SFRC elements**. Tese de Doutorado – ETSECCP, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, 2013.

BRASIL. Lei nº. 8.078, de 11 de setembro de 1990. **Código de Defesa do Consumidor. Dispõe sobre a proteção do consumidor e dá outras providências**. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L8078.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L8078.htm)

BRITISH STANDARD INSTITUTION. **BS 1881: Methods for analysis of hardened concrete**. British Standard Institution, London, 1983.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. **BS EN 12390-3: Testing hardened concrete. Compressive strength of test specimens**. British Standards Institution, London, 2019.

BRUNE, P. F.; INGRAFFEA, A. R.; JACKSON, M. D.; PERUCCHIO, R. **The fracture toughness of an Imperial Roman mortar**. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 102, p. 65–76, 2013.

CARRILLO, J.; VARGAS, J.D.; ALCOCER, S.M. **Model for estimating the flexural performance of concrete reinforced with hooked end steel fibers using three-point bending tests**. Structural Concrete CEB FIP. 2021.

CARROMEU, C. C.; OLIVEIRA, K. C.; HELENE, P.; HERVÉ NETO, E.; BILESKY, P.; PACHECO, J. **A importância da acreditação laboratorial e da certificação de mão de obra no controle de aceitação do concreto**. Anais do 54º Congresso Brasileiro Do Concreto, 54, Maceió-AL, 2012.

CEB-FIB. **MODEL CODE 2010: Final draft**. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. Lausanne, 2011.

CHAUDHARI, S. V.; CHAKRABARTI, M. A. **Modeling of concrete for nonlinear analysis Using Finite Element Code ABAQUS**. International Journal of Computer Applications, Vol. 44, no. 7, p. 14-18, 2012.

CHONG, K. P.; KURUPPU, M. D. **New specimens for fracture toughness determination of rock and other materials**. International Journal of fracture, Vol. 26, p. 59–62, 1984.

CHONG, K. P.; KURUPPU, M. D.; KUSZMAUL, J. S. **Fracture toughness determination of rocks with core-based specimens**. SEM/RILEM INTERNATIONAL CONFERENCE ON FRACTURE OF CONCRETE AND ROCK, Proceedings. New York: Springer-Verlag. p. 9-15, 1987.

COLLINS, M.P. **Evaluation of shear design procedures for concrete structures**. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design, 2001.

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE. **CNR-DT 204: Guidelines for design, construction and production control of fiber reinforced concrete structures**. National Research Council of Italy, 2006.

COPPE, **Canal Ciência**. IBICT. UFRJ. Rio de Janeiro, 1991. Disponível em: <https://antigo.canalciencia.ibict.br/>. Acesso em: 21/12/2022.

DENNEMAN, E.; KEARSLEY, E.; VISSER, P. **Splitting tensile test for fibre reinforced concrete**. Materials and Structures, 2011.

DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (DAFSTB). **Commentary on the DAFStb guideline "Steel fibre reinforced concrete"**. 2015.

DEUTSCHER BETON- UND BAUTECHNIK-VEREIN E.V. **DBV Recommendation. 1992. Design principles of steel fibre reinforced concrete for tunnelling works**. p. 19-29, 1992.

DI PRISCO, M.; LAMPERTI, M. G. L.; LAPOLLA, S. **Double-edge wedge splitting test: preliminary results**. Seventh International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, p. 1579–1586, 2010.

DIETER, G. E. **Metalurgia mecânica**. 4a ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1996.

EDGINGTON, J.; HANNANT, D. J. **Steel fibre reinforced concrete**. Building Research Establishment current paper, Vol. 69-74, 17 p., 1974.

EUROCODE 2. **Design of concrete structures – part1: general rules and rules for buildings**. European Standard, 2008.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 14651 Test method for metallic fiber-reinforced concrete – Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)**. CEN, London, 2007.

FERREIRA, L. E. T. **Elementos de mecânica da fratura aplicada à engenharia estrutural: aspectos analíticos, computacionais e experimentais**. 2a ed. Editora UFLA. Lavras-MG. 2019.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**. Boletim Técnico, 68 p., 2000.

FROCHT, M. M. **Photoelasticity**. Ed. McGraw-Hill, Vol. 1, ed.1, 1941.

FURNAS, E. DE. **Concretos Massa, Estrutural, Projetado e Compactado com Rolo – Ensaios e Propriedades**. Pini, 1997.

GALEOTE, E.; BLANCO, A.; CALAVARO S. H. P.; de la FUENTE, A. **Correlation between the Barcelona test and the bending test in fibre reinforced concrete**. *Construction and Building Materials*. Vol. 152, p. 529-538, 2017.

GALLOWAY, J. W.; HARDING, H. M. **Elastic moduli of a Jean anda pavement quality con-crete under uniaxial tension and compression**. *Materials and Struetures*, Vol. 9, no. 49, p. 13–18, 1976.

GALOBARDES, I.; FIGUEIREDO, A. D. **Correlation between beam and Barcelona tests for FRC quality control for structural application**. International Conference on Fibre Concrete, Czech Technical University in Prague, 2015.

GAO, S., ZHAO, X., QIAO, J., GUO, Y., & HU, G. **Study on the bonding properties of engineered cementitious composites (ECC) and existing concrete exposed to high temperature**. *Construction and Building Materials*, Vol. 196, p. 330-344, 2019.

GARCEZ, E. A. **Análise teórico-experimental do comportamento de concretos reforçados com fibras de aço submetidos a cargas de impacto**. Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre, 2005.

GOAIZ, H. A.; FARHAN, N. A.; SHEIKH, M. N.; YU, T.; HADI, M. N. **Experimental evaluation of tensile strength test methods for steel fibre-reinforced concrete**. Magazine of Concrete Research, Vol. 71, no. 8, 2019.

GOPALARATNAM, V. S.; SHAH, S. P. **Softening response of plain concrete in direct tension**. ACI Journal, Vol. 82, no. 3, p. 310–323, 1985.

INCE, R. **The fracture mechanics formulas for split-tension strips**. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 55(2), p. 607-619, 2017.

INSTITUT BELGE DE NORMALISATION. **NBN B 15-238: Test on fibre reinforced concrete bending test on prismatic simples**. Brucella, 1992.

ISAIA, G. C. A. **Evolução do Concreto Estrutural**. Concreto: Ciência e Tecnologia. Ed. G. C. ISAIA. 1ª ed. Vol. 1. Instituto Brasileiro do Concreto: IBRACON, 2011.

KARFAKIS, M. G.; CHONG, K. P.; KURUPPU, M. D. **A critical review of fracture toughness testing of rocks**. U. S. ROCK MECHANICS SYMPOSIUM, Proceedings. p. 3-10, 1986.

KOMLOS, K. **Comments on the long-term tensile strength of plain concrete**. Magazine of Concrete Research, Vol. 22, no. 73, p. 232–238, 1970.

KOOIMAN, A. G.; VEEN, C.; WALRAVEN, J. C. **Modelling the post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete for structural design purposes**. Heron, Vol. 45, no. 4, p. 275-307, 2000.

LIM, I.L; JOHNSTON, I.W; CHOI, S. K. **Stress intensity factors for semi-circular specimens under three point bending**. Engineering Fracture Mechanics, v.44, n.3, p. 363-382, 1993.

LIMA, R.P.A.F.P. **Utilização de fibras metálicas com funções estruturais em estruturas de betão**. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal. 2012.

LOBÃO, L. M. M. **Taxa de armadura longitudinal mínima em vigas de concreto de resistência normal com fibras de aço**. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, 2005.

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. **A plastic-damage model for concrete**. International Journal of Solids and Structures, vol. 25, no. 3, pp. 229–326, 1989.

LUO, L.; CHEN, Z.; TAO, Q.; XIE, L.; JIN, D.; LI, Z.; DENG, D. **Effects of high temperatures on the splitting tensile strength and gamma ray shielding performance of radiation shielding concrete**. Construction and Building Materials, no. 343, 2022

MAGALHÃES, A. C.; MUÑOZ, Rosana; OLIVEIRA, Mário Mendonça de. **O uso da mistura de cal viva e cal extinta nas argamassas antigas: o método Lorient**. Anais do Congresso Internacional De História Da Construção Luso-Brasileira, no 1, Vitória-ES, 2013.

MANZIONE, J. A. P.; **Caracterização de concretos com macrofibras de vidro para aplicações estruturais**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo-USP, São Paulo-SP, 2019.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concrete: Microstructure, properties and materials**. 3a ed. New York: McGraw-Hill, 2014.

MOAZZAMI, M.; AYATOLLAHI, M. R.; CHAMANI, H. R.; GUAGLIANO, M.; VERGANI, L. **Determination of higher order stress terms in cracked Brazilian disc specimen under mode I loading using digital image correlation technique**. Optics and Laser Technology, Vol. 107, p. 344–352, 2018.

MONTE, R. **Caracterização e controle do comportamento mecânico do concreto reforçado com fibras para tubos**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo-USP, São Paulo-SP, 2015.

MONTE, R., TOALDO G. S. e FIGUEIREDO A. D. **Avaliação da tenacidade de concretos reforçados com fibras através de ensaios com sistema aberto**. Revista Matéria, v. 19, no. 2, 2014.

MORAES NETO, B.N.; BARROS, J.A.O.; MELO, G.S.S.A. **A model for the prediction of the punching resistance of steel fibre reinforced concrete slabs centrically loaded**. Construction and Building Materials, Vol. 46, p. 211-223. 2013

NAAMAM, A. E. **High performance fiber reinforced cement composites—HPFRCC4**. A.E. Naaman, H.W. Reinhardt (Eds.), RILEM Proceedings, PRO 30, RILEM Publications SARL. 2003.

NEVILLE, A. M. **Propriedades do Concreto**. São Paulo: Pini, 1982.

NIANXIANG, X.; WENYAN, L. **Determining Properties of Mass Concrete by Direct Tensile Test**. Magazine of Concrete Research, Vol. 86, no. 3, p. 214–219, 1989.

OJHA, P. N.; SINGH, P.; SINGH, B.; SINGH, A.; MITTAL, P. **Fracture behavior of plain and fiber-reinforced high strength concrete containing high strength steel fiber**. Research on Engineering Structures and Materials, 2022

PATEL, D.; SHRIVASTAVA, R.; TIWARI, R. P.; YADAV R. K. **Properties of cement mortar in substitution with waste fine glass powder and environmental impact study**. Journal of Building Engineering, Vol. 27, 2020

POTRZEBOWSKI J. **The splitting test applied to steel fibre reinforced concrete**. International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, Vol. 5, no 1, p. 49-53, 1983.

PRICE, W. H. **Factors influencing concrete strength**. ACI Journal, p. 47:417–432, 1951

PROENÇA, S. **Introdução à mecânica do dano e fraturamento – elementos da mecânica do dano em meios contínuos**. Texto nº 4, 2000.

PUJADAS, P.; BLANCO, A.; CAVALARO, S. **New analytical model to generalize the Barcelona test using axial displacement.** Journal of Civil Engineering and Management, v. 19, no. 2, p. 259-271, 2013.

RAPHAEL, J. M. **Tensile Strength of Concrete.** Journal of the American Concrete Institute, Vol. 81, no. 2, p. 158–165, 1984.

RILEM-TC90. **Fracture Mechanics of Concrete Structures: From theory to applications.** RILEM Technical Committee 90 FMA. Anais. 1989. Chapman and Hall.

RILEM-TC90. Rilem TC 162-TDF: **Test and design methods for steel fibre reinforced concrete - Bending test.** Materials and Structures/Materiaux et Constructions, Vol. 35, no. 253, p. 579–582, 2002.

ROBINS, P.; AUSTIN, S.; JONES, P.; **Pull-out behaviour of hooked steel fibres.** Materials and Structures, Vol. 35, no.7, p. 434–442, 2002.

ROCCO, C.; GUINEA, G.; PLANAS J.; ELICES, M. **Review of splitting-test standards from a fracture mechanics point of view.** Cement and Concrete Research, 31. P. 73-82, 2001.

SARTURI, F. D. M. **Simulação computacional de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Mecânica Computacional. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

SCHUMAN, L.; TUCKER, J. **Tensile and other properties of concretes made with various types of cements.** Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 31, p. 214–219, 1943.

SINGH, R.N.; SUN, G.X. (1990). **A numerical and experimental investigation for determining fracture toughness of Welsh Limestone.** Mining Science and Technology, Amsterdam, Vol. 1, n. 10, p. 64-73.

SÜMER, Y.; AKTAS, M., **Defining parameters for concrete damage plasticity model.** Challenge Journal of Structural Mechanics, Vol. 1, n. 3, p. 149-155. 2015.

TANG, T. **Effects of load-distributed width on split tension of unnotched and notched cylindrical specimens**. Journal of Testing and Evaluation, Vol. 22, p. 401-409, 1994.

THE JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. JSCE-SF4: **Method of tests for flexural strength and flexural toughness of steel fiber reinforced concrete**”, **Concrete library of JSCE, Part III-2 Method of tests for steel fiber reinforced concrete**. n. 3, p. 58-61, 1984.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Mecânica dos Sólidos**. Vol. 1, 1a ed. Rio de Janeiro-RJ: LTC, 1983.

TROXELL, G. E.; DAVIS, H. E.; KELLY, J. W. **Composition and Properties of Concrete**. 2a ed. New York: McGraw Hill Book Co., 1968.

Tschegg E. K.; Linsbauer H. N., **Test method for the determination of fracture mechanics properties**. Patente No. A-233/86 390 328, Austrian Patent Office, 1986.

VENKATESHWARAN, A.; TAN, K.; LI, Y. **Residual flexural strengths of steel fiber reinforced concrete with multiple hooked-end fibers**. Int Federation Struct Concr. fib., Vol. 19, p. 1-14, 2017, 2017.

WANG Z. L.; WU J.; WANG J. G. **Experimental and numerical analysis on effect of fibre aspect ratio on mechanical properties of SRFC**. Construction and Building Materials, Vol. 24, p. 559–565, 2010.

WHITTAKER, B. N.; SING R. N.; SUN G. **Rock fracture mechanics - Principles, design and applications**. Elsevier Science, Amsterdam, 1992.

WINKLER, K.; STANGENBERG, F., **Numerical analysis of punching shear failure of reinforced concrete slabs**. Abaqus Users' Conference, p. 1–15, 2008.

ZHENG, W.; KWAN, K. H.; LEE, P. K. K. **Direct Tension Test of Concrete**. ACI Materials Journal, Vol. 98, no. 1, p. 63–71, 2001.



## Anexo A – Banco de Dados Estendido

**Tabela A1** – Banco de dados de prismas entalhados

Ref.	Amostra	$C_f$	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$f'_c$ (Mpa)	$f_{R1}$ (Mpa)	$f_{R2}$ (Mpa)	$f_{R3}$ (Mpa)	$f_{R4}$ (Mpa)
Lee <i>et al.</i> (2017)	C25V250	0.25%	60	0.63	25	2.80	2.80	2.60	2.40
	C25V375	0.38%	60	0.63	25	3.00	3.10	3.10	2.80
	C25V500	0.50%	60	0.63	25	4.10	4.50	4.10	3.80
	C35V250	0.25%	60	0.63	35	2.60	2.30	2.20	2.00
	C35V375	0.38%	60	0.63	35	3.60	3.50	3.50	2.90
	C35V500	0.50%	60	0.63	35	3.50	4.10	4.00	3.30
	C45V250	0.25%	60	0.63	45	4.20	3.00	2.20	1.60
	C45V375	0.38%	60	0.63	45	4.50	3.50	2.50	2.10
	C45V500	0.50%	60	0.63	45	6.10	5.00	3.10	2.50
Cunha <i>et al.</i> (2003)	F65/60Qf15Cv0Id28	0.20%	60	0.75	31.04	2.64	2.43	2.50	2.37
	F65/60Qf25Cv0Id28	0.33%	60	0.75	31.92	3.84	3.65	3.79	3.75
	F65/60Qf35Cv0Id28	0.47%	60	0.75	31.12	4.09	3.84	3.64	3.19
	F80/60Qf10Cv0Id28	0.13%	60	0.75	32.32	1.78	1.66	1.60	1.42
	F80/60Qf20Cv0Id28	0.27%	60	0.75	34.56	2.93	2.62	2.57	2.21
	F80/60Qf30Cv0Id28	0.39%	60	0.75	25.04	3.57	3.74	3.61	3.66
Tiberti <i>et al.</i> (2017)	C50-0.38-56-110038	0.38%	50	0.9	50.7	2.68	2.87	2.84	2.66
	C50-0.57-56-110038	0.57%	50	0.9	49.8	4.64	5.28	5.19	4.60
	C60-0.76-56-110038	0.76%	50	0.9	60	5.38	6.04	5.95	5.48
	C75-0.38-56-110038	0.38%	50	0.9	75.2	4.00	4.29	4.24	3.96
	C70-0.57-56-110038	0.57%	50	0.9	72.3	6.06	6.67	6.67	6.24
	C75-0.76-56-110038	0.76%	50	0.9	77.4	8.12	8.55	8.33	7.70
	C55-0.38-44-123038	0.38%	33	0.75	53.7	2.38	2.38	2.21	1.94
	C50-0.57-44-123038	0.57%	33	0.75	52.2	3.75	3.93	3.63	3.11
	C50-0.76-44-123038	0.76%	33	0.75	51.1	4.64	4.89	4.54	3.99
	C75-0.38-44-123038	0.38%	33	0.75	75.7	3.46	3.24	3.00	2.67
	C75-0.57-44-123038	0.57%	33	0.75	76.3	5.08	4.99	4.56	4.02
	C75-0.76-44-123038	0.76%	33	0.75	75	7.26	6.99	6.25	5.46
	C55-0.38-67-123038	0.38%	50	0.75	53.2	2.93	3.04	2.95	2.72
	C50-0.57-67-123038	0.57%	50	0.75	50	4.72	5.29	5.22	4.80
	C60-0.76-67-123038	0.76%	50	0.75	59.6	5.98	6.58	6.43	5.90
	C75-0.38-67-123038	0.38%	50	0.75	74.1	4.73	4.63	4.44	3.86
	C75-0.57-67-123038	0.57%	50	0.75	76.4	6.10	6.50	6.33	5.68
	C70-0.76-67-123038	0.76%	50	0.75	71.8	7.99	8.45	8.23	7.58
	C50-0.38-56-1-45039	0.38%	50	0.9	50.7	2.62	2.69	2.75	2.59
	C50-0.57-56-145039	0.57%	50	0.9	49.8	4.90	5.47	5.57	5.33
	C60-0.76-56-145039	0.76%	50	0.9	60	6.36	6.68	6.52	6.08
	C75-0.38-56-145039	0.38%	50	0.9	76.5	4.51	4.78	4.83	4.43
	C75-0.57-56-145039	0.57%	50	0.9	75.2	6.42	6.87	6.97	6.56
	C75-0.76-56-145039	0.76%	50	0.9	75.5	9.20	9.89	9.72	9.10
	C50-0.38-67-150039	0.38%	50	0.75	52.2	3.88	4.39	4.45	4.23

**Tabela A1 (cont.) – Banco de dados de prismas entalhados**

Ref.	Amostra	$C_f$	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$f'_c$ (Mpa)	$f_{R1}$ (Mpa)	$f_{R2}$ (Mpa)	$f_{R3}$ (Mpa)	$f_{R4}$ (Mpa)
	C50-0.57-67-150039	0.57%	50	0.75	51.1	6.27	6.91	6.63	6.07
	C50-0.76-67-150039	0.76%	50	0.75	52	7.32	8.14	8.02	7.46
	C75-0.38-67-150039	0.38%	50	0.75	76.4	5.35	6.07	6.12	5.85
	C80-0.57-67-150039	0.57%	50	0.75	78.5	6.89	7.79	7.97	7.50
	C75-0.76-67-150039	0.76%	50	0.75	75	8.81	9.98	9.67	9.18
	C50-0.38-50-150039	0.38%	37	0.74	49.6	2.53	2.47	2.25	1.88
	C50-0.57-50-150039	0.57%	37	0.74	50.6	3.48	3.86	3.62	3.30
	C55-0.76-50-150039	0.76%	37	0.74	53.6	5.74	5.44	4.54	3.90
	C75-0.38-50-150039	0.38%	37	0.74	73.7	4.12	4.29	3.97	3.59
	C75-0.57-50-150039	0.57%	37	0.74	77	5.13	5.44	5.22	4.76
	C75-0.76-50-150039	0.76%	37	0.74	75	6.33	6.59	6.14	5.51
	C70-0.38-56-190040	0.38%	50	0.9	71.4	4.36	5.62	5.83	5.49
	C75-0.57-56-190040	0.57%	50	0.9	75.3	6.86	7.89	7.80	7.34
	C70-0.38-67-200040	0.38%	50	0.75	70.8	5.72	6.55	6.55	6.29
	C70-0.57-67-200040	0.57%	50	0.75	71.8	7.79	9.48	9.36	8.78
	C75-0.76-67-200040	0.76%	50	0.75	74.5	9.05	11.00	10.90	10.50
	C45-0.32-50-1130c	0.32%	50	1	46.7	1.71	1.35	1.23	1.07
	C40-0.38-63-1100c	0.38%	50	0.8	41.3	1.94	2.06	2.09	1.99
	C40-0.38-50-1100c	0.38%	50	1	40.4	2.14	2.26	2.05	1.78
	C45-0.38-60-1100c	0.38%	60	1	42.6	2.11	1.89	1.85	1.74
Tiberti <i>et al.</i> (2017)	C45-0.38-45-1100c	0.38%	44	0.98	43.5	2.40	2.03	1.59	1.08
	C70-0.50-65-230041	0.50%	60	0.92	68.7	5.76	7.55	7.70	7.09
	C85-0.50-65-230041	0.50%	60	0.92	84.2	7.21	9.07	8.90	7.66
	C60-0.51-100-250042	0.51%	30	0.3	61.8	5.68	5.65	5.14	4.65
	C50-0.50-48-127043	0.50%	30	0.62	47.8	5.00	4.55	4.04	3.46
	C30-1.0-48-127043	1.00%	30	0.62	30.6	5.79	5.15	4.40	3.75
	C45-1.0-48-127043	1.00%	30	0.62	43.9	5.09	4.12	3.42	3.01
	C50-0.50-48-127043	0.50%	30	0.62	49.1	4.12	4.07	3.35	2.69
	C35-1.0-48-127043	1.00%	30	0.62	33	5.43	4.89	4.36	3.86
	C40-1.0-64-134544	1.00%	35	0.55	42.1	6.92	6.79	6.16	5.52
	C60-0.50-64-134545	0.50%	35	0.55	58.7	6.61	4.49	3.50	2.88
	C55-0.50-64-134545	0.50%	35	0.55	55.2	7.27	6.82	5.91	5.25
	C50-0.50-64-134545	0.50%	35	0.55	49.2	5.35	5.90	5.42	4.66
	C45-0.50-64-134545	0.50%	35	0.55	47	4.83	5.47	5.19	4.73
	C45-1.0-64-134545	1.00%	35	0.55	44.3	6.80	6.45	5.86	5.28
	C50-0.50-64-134545	0.50%	35	0.55	51.2	4.57	5.04	4.77	4.34
	C45-1.0-64-134545	1.00%	35	0.55	45.3	7.38	7.55	6.85	6.13
	C50-0.32-64-1345c	0.32%	35	0.55	51.2	2.04	2.09	2.05	1.82
	C50-0.32-64-1345c	0.32%	35	0.55	51.2	1.44	1.57	1.53	1.31
	C55-1.0-64-1345c	1.00%	35	0.55	56.4	7.58	7.63	6.97	6.16
	C65-0.50-75-1500c	0.50%	60	0.8	63	7.75	9.06	8.37	7.68
	C60-0.50-100-1500c	0.50%	80	0.8	61.1	8.31	9.84	9.87	9.54

**Tabela A1 (cont.) – Banco de dados de prismas entalhados**

Ref.	Amostra	$C_f$	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$f'_c$ (Mpa)	$f_{R1}$ (Mpa)	$f_{R2}$ (Mpa)	$f_{R3}$ (Mpa)	$f_{R4}$ (Mpa)
Tiberti <i>et al.</i> (2017)	C55-0.50-60-310046	0.50 %	30	0.5	53.1	7.24	7.54	6.86	6.09
	C50-0.76-60-310046	0.76 %	30	0.5	52.5	7.64	7.98	7.19	6.29
	C45-0.32-55-110047	0.32 %	33	0.6	47.4	2.62	2.35	2.09	1.84
	C45-0.32-75-110047	0.32 %	60	0.8	46.8	2.77	3.41	3.59	3.24
Lourenço (2012)	C20/25_Vf20	0.29 %	65	1	27.4	2.74	2.69	2.56	2.36
	C20/25_Vf30	0.42 %	65	1	29.8	2.99	3.02	2.99	2.85
	C20/25_Vf45	0.62 %	65	1	27.6	4.65	4.55	4.37	4.12
	C30/37_Vf20	0.28 %	65	1	40.9	3.61	3.57	3.50	3.31
	C30/37_Vf45	0.61 %	65	1	39.9	4.85	5.24	5.23	5.12
	C30/37_Vf75	0.98 %	65	1	46.1	8.70	9.79	9.27	8.50
	C45/55_Vf30	0.38 %	65	1	45.4	3.62	3.84	3.67	3.41
	C45/55_Vf60	0.79 %	65	1	54.5	7.78	9.71	9.14	8.48
	C45/55_Vf75	0.95 %	65	1	61.6	10.69	12.10	11.00	9.98
Ferrer Boix (2003)	pilot 1 beam 1	1.00 %	30	0.5	56.51	9.60	8.00	6.72	5.36
	pilot 2 beam 2	1.00 %	30	0.5	56.51	9.60	8.48	7.36	6.40
	pilot 3 beam 3	1.00 %	30	0.5	56.51	8.00	6.24	5.12	4.24
	test 2 beam 2	0.50 %	30	0.5	60.18	6.72	5.76	4.80	3.92
	test 3 beam 3	0.50 %	30	0.5	60.18	4.35	4.03	3.65	3.30
	test 1 beam 4	1.00 %	30	0.5	56.51	8.00	6.56	5.44	4.64
	test 2 beam 5	1.00 %	30	0.5	56.51	10.40	8.88	7.20	5.92
	test 3 beam 6	1.00 %	30	0.5	56.51	9.60	8.32	7.04	5.84
Barros (1995)	s3e30	0.40 %	30	0.5	40.6	3.50		2.73	2.61
	s3e45	0.60 %	30	0.5	40	4.83		3.95	3.75
	s3e60	0.80 %	30	0.5	36.5	4.60		3.59	3.39
	s4e30	0.40 %	60	0.8	35.7	3.50		3.15	3.08
	s4e45	0.60 %	60	0.8	36.4	5.13		4.20	3.83
	s5e30	0.80 %	60	0.8	48.4	4.40		1.64	1.34
	s5e45	0.60 %	60	0.8	54	5.35		3.45	3.18

## Anexo B – Arcos Experimentais (Tabela estendida)

Tabela B1 – Arcos Experimentais

Amostra	$C_f$	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$f'_c$ (Mpa)	$f_{R1}$ (Mpa)	$f_{R2}$ (Mpa)	$f_{R3}$ (Mpa)	$f_{R4}$ (Mpa)
Dd3-S1-0.2-1	0.20%	60	0.75	22.6	2.29	2.82	3.69	3.25
Dd3-S1-0.2-2	0.20%	60	0.75	22.6	2.20	2.29	2.99	2.63
Dd3-S1-0.2-3	0.20%	60	0.75	22.6	2.09	2.49	3.25	2.86
Dd3-S1-0.2-4	0.20%	60	0.75	25.9	2.29	2.54	3.30	2.91
Dd3-S1-0.2-5	0.20%	60	0.75	25.9	2.26	2.42	3.14	2.77
Dd3-S1-0.2-6	0.20%	60	0.75	25.9	2.52	2.74	3.56	3.14
Dd3-S1-0.2-7	0.20%	60	0.75	22.8	2.19	2.39	3.12	2.74
Dd3-S1-0.2-8	0.20%	60	0.75	22.8	2.39	2.68	3.51	3.08
Dd3-S1-0.2-9	0.20%	60	0.75	22.8	2.34	2.43	3.18	2.80
Dd3-S2-0.2-1	0.20%	60	0.75	33.1	2.65	2.99	3.83	3.39
Dd3-S2-0.2-2	0.20%	60	0.75	33.1	2.60	2.55	3.26	2.89
Dd3-S2-0.2-3	0.20%	60	0.75	33.1	2.60	2.71	3.47	3.08
Dd3-S2-0.2-4	0.20%	60	0.75	27.4	2.18	2.14	2.77	2.44
Dd3-S2-0.2-5	0.20%	60	0.75	27.4	2.36	2.85	3.69	3.26
Dd3-S2-0.2-6	0.20%	60	0.75	27.4	2.45	2.75	3.56	3.15
Dd3-S2-0.2-7	0.20%	60	0.75	29.8	2.22	2.35	3.02	2.67
Dd3-S2-0.2-8	0.20%	60	0.75	29.8	2.55	2.59	3.33	2.95
Dd3-S2-0.2-9	0.20%	60	0.75	29.8	2.24	2.66	3.42	3.03
Dd3-S3-0.2-1	0.2%	60	0.75	41.5	2.93	2.95	3.71	3.31
Dd3-S3-0.2-2	0.2%	60	0.75	41.5	2.62	2.91	3.66	3.27
Dd3-S3-0.2-3	0.2%	60	0.75	41.5	2.57	2.66	3.35	2.99
Dd3-S3-0.2-4	0.2%	60	0.75	39.6	2.42	2.85	3.60	3.20
Dd3-S3-0.2-5	0.2%	60	0.75	39.6	2.57	3.03	3.83	3.41
Dd3-S3-0.2-6	0.2%	60	0.75	39.6	2.55	2.70	3.41	3.04
Dd3-S3-0.2-7	0.2%	60	0.75	38.5	2.60	3.14	3.98	3.54
Dd3-S3-0.2-8	0.2%	60	0.75	38.5	2.73	2.63	3.33	2.97
Dd3-S3-0.2-9	0.2%	60	0.75	38.5	2.70	2.61	3.30	2.94
Dd3-S1-0.5-1	0.5%	60	0.75	20.1	2.95	2.94	3.64	3.27
Dd3-S1-0.5-2	0.5%	60	0.75	20.1	3.00	3.03	3.75	3.37
Dd3-S1-0.5-3	0.5%	60	0.75	20.1	2.86	3.49	4.32	3.88
Dd3-S1-0.5-4	0.5%	60	0.75	22.6	3.27	3.59	4.39	3.96
Dd3-S1-0.5-5	0.5%	60	0.75	22.6	3.12	3.75	4.59	4.14
Dd3-S1-0.5-6	0.5%	60	0.75	22.6	2.91	3.22	3.95	3.56
Dd3-S1-0.5-7	0.5%	60	0.75	21.9	3.10	3.15	3.87	3.48
Dd3-S1-0.5-8	0.5%	60	0.75	21.9	2.80	2.76	3.39	3.05
Dd3-S1-0.5-9	0.5%	60	0.75	21.9	3.16	3.84	4.71	4.24
Dd3-S2-0.5-1	0.5%	60	0.75	30	3.63	4.07	4.84	4.42
Dd3-S2-0.5-2	0.5%	60	0.75	30	3.20	3.76	4.47	4.08
Dd3-S2-0.5-3	0.5%	60	0.75	30	3.34	3.72	4.42	4.04
Dd3-S2-0.5-4	0.5%	60	0.75	27.1	3.21	3.53	4.24	3.85
Dd3-S2-0.5-5	0.5%	60	0.75	27.1	3.47	3.57	4.28	3.89

**Tabela B1 (cont.) – Arcos Experimentais**

Amostra	$C_f$	$l_f$ (mm)	$d_f$ (mm)	$f'_c$ (Mpa)	$f_{R1}$ (Mpa)	$f_{R2}$ (Mpa)	$f_{R3}$ (Mpa)	$f_{R4}$ (Mpa)
Dd3-S2-0.5-6	0.5%	60	0.75	27.1	3.24	3.80	4.56	4.15
Dd3-S2-0.5-7	0.5%	60	0.75	27.5	3.27	3.39	4.06	3.69
Dd3-S2-0.5-8	0.5%	60	0.75	27.5	3.40	4.02	4.82	4.38
Dd3-S2-0.5-9	0.5%	60	0.75	27.5	3.57	4.03	4.84	4.40
Dd3-S3-0.5-1	0.5%	60	0.75	40.9	4.50	4.94	5.67	5.25
Dd3-S3-0.5-2	0.5%	60	0.75	40.9	4.11	4.01	4.60	4.26
Dd3-S3-0.5-3	0.5%	60	0.75	40.9	4.02	4.05	4.64	4.30
Dd3-S3-0.5-4	0.5%	60	0.75	37.8	4.54	4.73	5.48	5.05
Dd3-S3-0.5-5	0.5%	60	0.75	37.8	3.96	4.65	5.39	4.97
Dd3-S3-0.5-6	0.5%	60	0.75	37.8	4.58	5.15	5.96	5.49
Dd3-S3-0.5-7	0.5%	60	0.75	42.2	4.61	4.54	5.19	4.81
Dd3-S3-0.5-8	0.5%	60	0.75	42.2	4.35	4.27	4.88	4.53
Dd3-S3-0.5-9	0.5%	60	0.75	42.2	4.21	4.35	4.97	4.61
Dd3-S1-1.0-1	1.0%	60	0.75	23.5	5.12	5.09	5.74	5.35
Dd3-S1-1.0-2	1.0%	60	0.75	23.5	4.78	4.60	5.20	4.84
Dd3-S1-1.0-3	1.0%	60	0.75	23.5	5.22	6.01	6.78	6.32
Dd3-S1-1.0-4	1.0%	60	0.75	25.1	4.79	5.00	5.60	5.24
Dd3-S1-1.0-5	1.0%	60	0.75	25.1	5.36	5.91	6.62	6.19
Dd3-S1-1.0-6	1.0%	60	0.75	25.1	5.15	4.67	5.23	4.89
Dd3-S1-1.0-7	1.0%	60	0.75	22.3	5.05	4.99	5.67	5.27
Dd3-S1-1.0-8	1.0%	60	0.75	22.3	4.91	4.76	5.40	5.02
Dd3-S1-1.0-9	1.0%	60	0.75	22.3	4.49	4.57	5.19	4.82
Dd3-S2-1.0-1	1.0%	60	0.75	33	6.31	5.87	6.38	6.03
Dd3-S2-1.0-2	1.0%	60	0.75	33	6.57	7.17	7.80	7.37
Dd3-S2-1.0-3	1.0%	60	0.75	33	6.31	5.87	6.38	6.03
Dd3-S2-1.0-4	1.0%	60	0.75	31	5.61	6.02	6.59	6.21
Dd3-S2-1.0-5	1.0%	60	0.75	31	5.91	6.35	6.95	6.55
Dd3-S2-1.0-6	1.0%	60	0.75	31	6.72	6.89	7.54	7.11
Dd3-S2-1.0-7	1.0%	60	0.75	27.1	5.71	5.63	6.25	5.86
Dd3-S2-1.0-8	1.0%	60	0.75	27.1	5.71	5.85	6.50	6.09
Dd3-S2-1.0-9	1.0%	60	0.75	27.1	5.49	6.22	6.91	6.47
Dd3-S3-1.0-1	1.0%	60	0.75	43.4	8.78	8.90	9.42	9.01
Dd3-S3-1.0-2	1.0%	60	0.75	43.4	8.94	8.74	9.25	8.85
Dd3-S3-1.0-3	1.0%	60	0.75	43.4	8.70	7.79	8.25	7.89
Dd3-S3-1.0-4	1.0%	60	0.75	37.8	8.19	8.13	8.72	8.29
Dd3-S3-1.0-5	1.0%	60	0.75	37.8	7.82	8.20	8.80	8.37
Dd3-S3-1.0-6	1.0%	60	0.75	37.8	6.80	7.19	7.72	7.34
Dd3-S3-1.0-7	1.0%	60	0.75	42.2	8.58	7.73	8.20	7.83
Dd3-S3-1.0-8	1.0%	60	0.75	42.2	8.90	9.31	9.88	9.44
Dd3-S3-1.0-9	1.0%	60	0.75	42.2	8.50	8.35	8.86	8.47

APÊNDICE A – Curva Granulométrica dos agregados utilizados

